1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Exercices de mathématiques sur les suites *arithmétique* avec Correction extrais des examens régionaux et des interrogations

PROF : ATMANI NAJIB

Exercice1 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 5$ et $u_{100} = -195$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3)Calculer u_1 et u_6

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6$

5)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 100 et p=0 on a :$u_{100} = u_0 + (100-0)r$

Donc : $u_{100} = u_0 + 100r$

Donc : $-195 = 5 + 100r \Leftrightarrow 100r = -195 - 5 \Leftrightarrow 100r = -200 \Leftrightarrow r = \frac{-200}{100} = -2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 5 + (-2)n$

Donc : $u_n = 5 - 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_1 = 5 - 2\times 1 = 5 - 2 = 3$

Calcul de : u_6 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_6 = 5 - 2\times 6 = 5 - 12 = -7$

4) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 5$ et sa raison $r = -2$

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = (6-1+1)\frac{u_1 + u_6}{2}$$

$$S = 6\frac{3+(-7)}{2} = 6\frac{-4}{2} = 6\times(-2) = -12$$

5)On a : $v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 5u_1 + 1 = 5\times 3 + 1 = 15 + 1 = 16$

On a : $v_2 = 5u_2 + 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_2 = 5 - 2 \times 2 = 5 - 4 = 1$

Par suite : $v_2 = 5 \times 1 + 1 = 5 + 1 = 6$

Exercice2 :2014 golmim Smara

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 11$ et $u_{n+1} - u_n = 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Vérifier que $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 3$

b) Déduire que : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c) Déterminer n si on a : $u_n = 2015$

3) Montrer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{30}$ est égale a : 1736

Solution :1) a) On a : $u_{n+1} - u_n = 3$

Donc : $u_{n+1} = u_n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 3$

b) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 11$ et sa raison $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 11 + 3n$

Donc : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c) Déterminons n si on a : $u_n = 2015$

On a : $u_n = 2015$ donc : $11 + 3n = 2015$

Donc : $3n = 2015 - 11 = 2004$

Donc : $\boxed{n = \frac{2004}{3} = 668}$ remarque : $u_{668} = 2015$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{30} = (30 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{30}}{2}$$

On a : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{30} = 3 \times 30 + 11 = 90 + 11 = 101$

$$S = 31\frac{11 + 101}{2} = 31\frac{112}{2} = 31 \times 56 = 1736$$

Exercice3: interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : u_7

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 6065$

6)Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :$v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=2$ et sa raison $r=3$

a) $u_1=u_0+r=2+3=5$

b) $u_2=u_1+r=5+3=8$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=2$ et sa raison $r=3$

Donc : $u_n=u_0+nr=2+3n$

3) $u_n=2+3n$ donc : $u_7=2+3\times7=2+21=23$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_1+u_2+\cdots+u_7=(7-1+1)\frac{u_1+u_7}{2}$$

$$S=7\frac{5+23}{2}=7\frac{28}{2}=7\times14=98$$

5) On a : $u_n=6047$ donc : $2+3n=6065$

Donc : $3n=6065-2$

Donc : $n=\frac{6063}{3}=2021$

6)On a :$v_n=3u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_1=3u_1-1=3\times5-1=15-1=14$

$v_2=3u_2-1=3\times8-1=24-1=23$

Exercice4 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0=3$ et $u_7=17$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3)Calculer u_1 et u_7

4) Déterminer n sachant que $u_n=4035$ en fonction de n

5) Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_7$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n=4u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Calculer : v_1 et v_2

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2 \quad u_n=u_p+(n-p)r$

Pour n= 7 et p=0 on a :$u_{17}=u_0+(7-0)r$

Donc : $u_7=u_0+7r$

Donc : $17=3+7r \Leftrightarrow 7r=17-3 \Leftrightarrow 7r=14 \Leftrightarrow r=\frac{14}{7}=2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n=u_0+nr \Leftrightarrow u_n=3+2n$

Donc : $u_n=3+2n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 3+2n$ donc : $u_1 = 3+2\times1 = 3+2 = 5$

Calcul de : u_7 ??

On a : $u_n = 3+2n$ donc : $u_7 = 3+2\times7 = 3+14 = 17$

4) $u_n = 4035$ signifie $3+2n = 4035$

Signifie $2n = 4035-3$

Signifie $2n = 4032$

Signifie $n = \frac{4032}{2} = 2016$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7 = (7-1+1)\frac{u_1+u_7}{2}$$

$$S = 7\frac{5+17}{2} = 7\frac{22}{2} = 7\times11 = 77$$

6)On a : $v_n = 4u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 1 = 4\times5-1 = 20-1 = 19$

On a : $v_2 = 4u_2 - 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 3+2n$ donc : $u_2 = 3+2\times2 = 3+4 = 7$

Par suite : $v_2 = 4\times7-1 = 28-1 = 27$

Exercice5 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : v_2

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_9$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 10116$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

a) $u_1 = u_0 + r = 1+5 = 6$

b) $u_2 = u_1 + r = 6+5 = 11$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1+5n$

3) $u_n = 1+5n$ donc : $u_9 = 1+5\times9 = 1+45 = 46$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_9 = (9-1+1)\dfrac{u_1+u_9}{2}$

$S = 9\dfrac{6+46}{2} = 9\dfrac{52}{2} = 9\times 26 = 234$

5) On a : $u_n = 10116$ donc : $1+5n = 10116$

Donc : $5n = 10116-1$

Donc : $n = \dfrac{10115}{5} = 2023$

6)On a : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 3 = 4\times 6 - 3 = 24-3 = 21$

$v_2 = 4u_2 - 3 = 4\times 11 - 3 = 44-3 = 41$

Exercice6 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : u_7

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 4047$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 2u_n - 3$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

a) $u_1 = u_0 + r = 3+2 = 5$

b) $u_2 = u_1 + r = 5+2 = 7$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3+2n$

3) $u_n = 3+2n$ donc : $u_7 = 3+2\times 7 = 3+14 = 17$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7 = (7-1+1)\dfrac{5+17}{2}$

$S = 7\dfrac{5+17}{2} = 7\dfrac{22}{2} = 7\times 11 = 77$

5) On a : $u_n = 4047$ donc : $3+2n = 4047$

Donc : $2n = 4047-3$

Donc : $n = \dfrac{4044}{2} = 2022$

6)On a : $v_n = 2u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 2u_1 - 3 = 2\times 5 - 3 = 10-3 = 7$

$v_2 = 2u_2 - 3 = 2\times 7 - 3 = 14 - 3 = 11$

Exercice7 : Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) 2017 istid

1) $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

2) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0 = \frac{2}{3}$ et $v_1 = 4$

a) Montrer que la raison $q = 6$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

a) $u_1 = u_0 + r = 3 + 5 = 8$

$u_2 = u_1 + r = 8 + 5 = 13$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

Calculons : u_{20}

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 5n$

Donc : $u_{20} = 3 + 5\times 20 = 3 + 100 = 103$

$$S = 21\frac{3+103}{2} = 21\frac{106}{2} = 21\times 53 = 1113$$

2)a) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0 = \frac{2}{3}$ et $v_1 = 4$

Donc : $v_1 = v_0 \times q$

Donc : $4 = \frac{2}{3}\times q$ c'est-à-dire : $4\times 3 = 2\times q$

Donc : $\frac{12}{2} = q = 6$

b) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q donc : $v_n = v_0 \times q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_n = \frac{2}{3}\times 6^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice8: (2020) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2 et u_4

2) Ecrire u_n en fonction de n et calculer u_7

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer v_1 et v_2 et v_4

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

$u_1 = u_0 + r = 6 + 3 = 9$

$u_2 = u_1 + r = 9 + 3 = 12$

$u_3 = u_2 + r = 12 + 3 = 15$

$u_4 = u_3 + r = 15 + 3 = 18$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 6 + 3n$

$u_n = 6 + 3n$ Donc : $u_7 = 6 + 3\times 7 = 6 + 21 = 27$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n - 0 + 1)\frac{u_0 + u_n}{2}$$

$$S = (n+1)\frac{6 + 6 + 3n}{2} = (n+1)\frac{12 + 3n}{2}$$

4) a) On a : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 3u_1 - 1 = 3\times 9 - 1 = 27 - 1 = 26$

Et : $v_2 = 3u_2 - 1 = 3\times 12 - 1 = 36 - 1 = 35$

Et : $v_4 = 3u_4 - 1 = 3\times 18 - 1 = 54 - 1 = 53$

4) b) $T = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ **On ne connait rien sur la suite** $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On a : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $T = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n = (3u_0 - 1) + (3u_1 - 1) + (3u_2 - 1) + \cdots + (3u_n - 1)$

Donc : $T = (3u_0 + 3u_1 + 3u_2 \cdots + 3u_n) + \underbrace{(-1) + (-1) + \cdots + (-1)}_{n+1 fois (-1)}$

Donc : $T = 3(u_0 + u_1 + u_2 \cdots + u_n) + (n+1)\times(-1)$

Donc :

$$T = 3(n+1)\frac{12+3n}{2} - (n+1) = (n+1)\left(\frac{36+9n}{2} - 1\right) = (n+1)\left(\frac{36+9n-2}{2}\right) = (n+1)\left(\frac{34+9n}{2}\right)$$

Exercice9 : (2017) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

1) Ecrire u_n en fonction de n et vérifier que : $u_{22} = 141$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{22}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 9 + 6n$

$u_n = 9 + 6n$ Donc : $u_{22} = 9 + 6\times 22 = 9 + 132 = 141$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{22} = (22 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{22}}{2}$$

$$S = 23\frac{9+141}{2} = 23\frac{150}{2} = 23 \times 75 = 1725$$

Exercice10 : (2015) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

1) Montrer que $u_n = 7n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et vérifier que : $u_{10} = 73$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 7n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$u_n = 7n + 3$ Donc : $u_{10} = 7 \times 10 + 3 = 70 + 3 = 73$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11\frac{3+73}{2} = 11\frac{76}{2} = 11 \times 38 = 418$$

Exercice11 :2012 Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) istid

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Et Soit la suite $(v_n)_n$ géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

1) a) Déterminer la raison de la suite $(u_n)_n$

b) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

2) a) Déterminer q la raison de la suite $(v_n)_n$ sachant que : $q \succ 0$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution :1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Donc : $u_n = u_p + (n - p)r$

On pose : n=10 et p=0

Donc : $u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$

Donc : $25 = -5 + 10r$

Donc : $25 + 5 = 10r$

Donc : $30 = 10r$

Donc : $r = \frac{30}{10} = 3$

b) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10-0+1)\dfrac{u_0 + u_{10}}{2}$

Donc : $S = 11\dfrac{-5+25}{2} = 11\dfrac{20}{2} = 11\times 10 = 110$

2) a) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

Alors on a : $v_n = v_p \times q^{n-p} \quad \forall (n;p) \in \mathbb{N}^2$

Pour p=0 et n=2 On a :$v_2 = v_0 \times q^{2-0}$

Donc : $12 = 3\times q^2$

Donc : $\dfrac{12}{3} = q^2$

Donc : $q^2 = 4$

Donc : $q = \sqrt{4} \text{ ou } q = -\sqrt{4}$ or $q \succ 0$

Donc : $q = \sqrt{4} = 2$

b) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique

Alors on a : $v_n = v_0 \times q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_n = 3\times 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice12 :2012 Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

et Soit la suite $(v_n)_n$ définie par : $v_n = 25\times\left(\dfrac{5}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Vérifier que la raison de la suite $(u_n)_n$ est : $r = 3$

b) Calculer :$S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$

2) a) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{5}{3}$

b) Calculer la somme suivante : $S_2 = v_0 + v_2 + \cdots + v_6$

Solution :1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

Donc : $u_n = u_p + (n-p)r$

On pose : n=8 et p=5

Donc : $u_8 = u_5 + (8-5)r$

Donc : $2 = -7 + 3r$

Donc : $2 + 7 = 3r$

Donc : $9 = 3r$

Donc : $r = \dfrac{9}{3} = 3$

b) Calcul de la somme suivante : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6 = (6-0+1)\dfrac{u_0 + u_6}{2}$

On a : $u_n = u_p + (n-p)r$

Donc : $u_8 = u_0 + (8-0)\times 3$

Donc : $2 = u_0 + 24$

Donc : $2 - 24 = u_0$

Donc : $-22 = u_0$

Et on a : $u_n = u_p + (n-p)r$

Donc : $u_6 = u_0 + (6-0)3$

Donc : $u_6 = -22 + 18 = -4$

Donc : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6 = 7\frac{-22+(-4)}{2} = 7\frac{-26}{2} = 7\times(-13) = -91$

2) a) On a : $v_n = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{25\times\left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{25\times\left(\frac{5}{3}\right)^{n}} = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{5}{3}\right)^{n}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1-n} = \left(\frac{5}{3}\right)^{1} = \frac{5}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

3) Puisque la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

Alors : $S_2 = v_0 + v_2 + \cdots + v_6 = v_0\frac{1-q^{6-0+1}}{1-q}$

On a : $v_n = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^n$

Pour n=0 : on a : $v_0 = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^0$ par suite : $v_0 = 25\times 1 = 25$ car $\left(\frac{5}{3}\right)^0 = 1$

$$S_2 = 25\frac{1-\left(\frac{5}{3}\right)^7}{1-\frac{5}{3}} = 25\times\frac{1-\left(\frac{5}{3}\right)^7}{-\frac{2}{3}} = -25\times\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{5}{3}\right)^7\right) = -\frac{75}{2}\left(1-\left(\frac{5}{3}\right)^7\right)$$

Exercice13 : (2014) Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1 = -2$ et $u_2 = 3$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $r = 5$

2) Calculer u_0

3) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_{17} = 78$

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{17}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1 = -2$ et $u_2 = 3$

Donc : sa raison est : $r = u_2 - u_1 = 3-(-2) = 3+2 = 5$

Donc : $r = 5$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc on a : $u_1 = u_0 + r$

Donc : $-2 = u_0 + 5$

Donc : $-2-5 = u_0$

Donc : $u_0 = -7$

3) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -7$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = -7 + 5n$

$u_n = -7+5n$ Donc : $u_{17} = -7+17\times 5 = -7+85 = 78$

4) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{17}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{17} = (17-1+1)\frac{u_1 + u_{17}}{2} = 17\frac{-2+78}{2} = 17\frac{76}{2} = 17\times 38 = 646$$

Exercice14 : (2015) Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 11$

1) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_{50} = 211$

2) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2015$

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 11$ et sa raison $r = 4$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 11 + 4n$

$u_n = 11+4n$ Donc : $u_{50} = 11+4\times 50 = 11+200 = 211$

2) On a : $u_n = 2015$ donc : $11+4n = 2015$

Donc : $4n = 2015-11$

Donc : $n = \frac{2004}{4} = 501$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50} = (50-0+1)\frac{u_0 + u_{50}}{2}$$

$$S = 51\frac{11+211}{2} = 51\frac{222}{2} = 51\times 111 = 5661$$

Exercice15 : (2019) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_5 = 50$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2)a) Vérifier que : $u_0 = 10$

b) calculer : u_{20}

3) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 178$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_5 = 50$

Donc : $u_n = u_5 + (n-5)r = 50 + (n-5)8$

Donc : $u_n = 50 + 8n - 40 = 10 + 8n$

2) a) On a : $u_n = 10 + 8n$ donc : $u_0 = 10 + 8\times 0 = 10 + 0 = 10$

2) b) On a : $u_n = 10 + 8n$ donc : $u_{20} = 10 + 8\times 20 = 10 + 160 = 170$

3) On a : $u_n = 178$ donc : $10 + 8n = 178$

Donc : $8n = 178 - 10$

Donc : $n = \frac{168}{8} = 21$

Exercice16 : (2016) Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 2$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) Vérifier que : $u_{20} = 82$

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

4) En déduire la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 4$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 4n$

2) $u_n = 2 + 4n$

Donc : $u_{20} = 2 + 4\times 20 = 2 + 80 = 82$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n - 0 + 1)\frac{u_0 + u_n}{2} = (n+1)\frac{2+2+4n}{2}$$

$$S = (n+1)\frac{4+4n}{2} = (n+1)\frac{4(1+n)}{2} = 2(n+1)(1+n) = 2(n+1)^2$$

4) Déduction de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

On a : $S = 2(n+1)^2$ **on pose :** $n = 20$

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = 2(20+1)^2 = 2\times 21^2 = 2\times 441 = 882$$

Remarque :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

On a : $u_{20} = 82$ et $u_0 = 2$

Donc : $S = 21\frac{2+82}{2} = 21\frac{84}{2} = 21\times 42 = 882$

Exercice17 : (2007) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 10$ et $u_0 = -100$

1) Calculer : u_1 et u_{20}

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -100$ et sa raison $r = 10$

$u_1 = u_0 + r = -100 + 10 = -90$

Et Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique

Alors : $u_n = u_0 + nr = -100 + 10n$

$u_n = -100 + 10n$ Donc : $u_{20} = -100 + 10 \times 20 = -100 + 200 = 100$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

$$S = 21\frac{-100 + 100}{2} = 21 \times \frac{0}{2} = 21 \times 0 = 0$$

Exercice18 : (2008) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = \frac{2n+3}{3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_{15}

2) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2007$

3) Montrer que le terme 2008 n'est pas un terme de la suite $(u_n)_n$

4) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique et déterminer sa raison

5) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{15}$

Solution : 1) $u_n = \frac{2n+3}{3}$

Donc : $u_0 = \frac{2 \times 0 + 3}{3} = \frac{0+3}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$u_{15} = \frac{2 \times 15 + 3}{3} = \frac{30+3}{3} = \frac{33}{3} = 11$

2) On a : $u_n = 2007$ donc : $\frac{2n+3}{3} = 2007$

Donc : $2n + 3 = 3 \times 2007$

Donc : $2n + 3 = 6021$

Donc : $2n = 6021 - 3$

Donc : $n = \frac{6018}{2} = 3009$

3) $u_n = 2008$ donc : $\frac{2n+3}{3} = 2008$

Donc : $2n + 3 = 3 \times 2008$

Donc : $2n + 3 = 6024$

Donc : $2n = 6024 - 3$

Donc : $n = \frac{6021}{2} = 3010,5 \notin \mathbb{N}$

Donc : le terme 2008 n'est pas un terme de la suite $(u_n)_n$

4) $u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)+3}{3}-\frac{2n+3}{3}=\frac{2n+2+3-2n-3}{3}=\frac{2}{3}=r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=1$ et sa raison $r=\frac{2}{3}$

5) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{15}=(15-0+1)\frac{u_0+u_{15}}{2}$

$S=16\frac{1+11}{2}=16\frac{12}{2}=16\times 6=96$

Exercice19 : Région Rabat 2021

1)Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=-2n+3\ \ \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer : u_0 et u_1

b) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r=-2$

c) Montrer que : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$

d) Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{49}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique telle que sa raison q est négative et $v_2=36$ et $v_4=324$

a) Vérifier que sa raison $q=-3$

b) calculer v_0 et écrire v_n en fonction de n

Solution : 1) a) $u_n=-2n+3\ \ \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0=-2\times 0+3=3$

$u_1=-2\times 1+3=-2+3=1$

b) $u_{n+1}-u_n=(-2(n+1)+3)-(-2n+3)=-2n-2+3+2n-3=-2=r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison : $r=-2$

c) $u_n=-95\Leftrightarrow -2n+3=-95\Leftrightarrow -2n=-95-3$

$-2n=-98\Leftrightarrow n=\frac{-98}{-2}\Leftrightarrow n=49$

Donc : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{49}=-95$

d) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{49}=(49-1+1)\frac{u_1+u_{49}}{2}$

$S=49\frac{1+(-95)}{2}=49\frac{-94}{2}=49\times(-47)=-2303$

2) a) la raison q ??

On a : $\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2\quad v_n=q^{n-p}v_p$

Pour n= 4 et p=2 on a : $v_4=q^{4-2}v_2$

Donc : $324=q^2 36\Leftrightarrow q^2=\frac{324}{36}\Leftrightarrow q^2=9\Leftrightarrow q=\sqrt{9}\ ou\ q=-\sqrt{9}\Leftrightarrow q=3\ ou\ q=-3$

Puisque : la raison q est négative

Donc : $q=-3$

b) Calcul de v_0

On a : $\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2 \quad v_n = q^{n-p}v_p$

Pour n= 2 et p=0 on a : $v_2 = q^{2-0}v_0$

Donc : $36 = (-3)^2 v_0$

Donc : $36 = 9v_0$ c'est-à-dire : $v_0 = \frac{36}{9} = 4$

v_n en fonction de n ?

$v_n = v_0(-3)^{n-0} \Leftrightarrow v_n = 4(-3)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Exercice20 : Région Rabat 2020

Soit $(u_n)_n$ une suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} - 1 = u_n + 2 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est arithmétique de raison : $r = 3$

2) Calculer : u_1 et u_2

3) Montrer que : $u_n = 1 + 3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) a) pour quelle valeur de n a -t-on : $u_n = 37$? justifier la réponse

b) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{12}$

Solution : 1) : $u_{n+1} - 1 = u_n + 2 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3$ par suite : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison : $r = 3$

2) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

$u_2 = u_1 + r = 5 + 3 = 8$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison : $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n = 1 + 3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

$u_n = 37 \Leftrightarrow 1 + 3n = 37 \Leftrightarrow 3n = 37 - 1 \Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = \frac{36}{3} = 12$ donc : $u_{12} = 37$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{12} = (12 - 1 + 1)\frac{u_1 + u_{12}}{2}$

$S = 12\frac{5+37}{2} = 12\frac{42}{2} = 12\times 21 = 252$

Exercice 21: Région Marrakech 2017

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} + 3u_n = 3 + 4u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = 3$

2) Calculer : u_1

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) a) Vérifier que : $u_{100} = 302$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{100}$

Solution : 1) : $u_{n+1} + 3u_n = 3 + 4u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1}+3u_n-4u_n=3$

Donc : $u_{n+1}-u_n=3$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=2$ et sa raison : $r=3$

2) $u_1=u_0+r=2+3=5$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $u_n=u_0+nr=2+3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n=2+3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$ donc : $u_{100}=2+3\times 100=2+300=302$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{100}=(100-0+1)\frac{u_0+u_{100}}{2}$

$S=101\frac{2+302}{2}=101\frac{304}{2}=101\times 152=15352$

Exercice22 : Région Dakhla 2018

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=3n+1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r=3$

3) Vérifier que : $u_{19}=58$

4) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{19}$

Solution : 1) : $u_n=3n+1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0=3\times 0+1=1$

$u_1=3\times 1+1=3+1=4$

2) $u_{n+1}-u_n=(3(n+1)+1)-(3n+1)=3n+3+1-3n-1=3=r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=1$ et sa raison : $r=3$

3) $u_{19}=3\times 19+1=57+1=58$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{19}=(19-0+1)\frac{u_0+u_{19}}{2}$

$S=20\frac{1+58}{2}=10\times 59=590$

Exercice23 : (2015) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=-2$ et $u_0=-2$

1) Calculer : u_1

2) Montrer que : $u_n=-2(n+1) \quad \forall n\in\mathbb{N}$

3) Est ce que le terme -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$? justifier votre réponse

4) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{10}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=-2$ et sa raison $r=-2$

$u_1=u_0+r=-2+-2=-4$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique

Alors : $u_n = u_0 + nr = -2 + (-2)n = -2(1+n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = -22 \Leftrightarrow -2(1+n) = -22 \Leftrightarrow 1+n = \frac{-22}{-2} \Leftrightarrow 1+n = 11 \Leftrightarrow n = 11-1 \Leftrightarrow n = 10$

Donc : -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{10} = -22$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10-0+1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$

$S = 11\frac{-2+-22}{2} = 11 \times \frac{-24}{2} = 11 \times (-12) = -132$

Exercice24 : (2018) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_0 = 10$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Vérifier que : $u_{40} = 330$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{40}$

3) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2018$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 10$ et sa raison $r = 8$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 10 + 8n$

2)a)$u_n = 10 + 8n$ Donc : $u_{40} = 10 + 8 \times 40 = 10 + 320 = 330$

2) b)$(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{40} = (40-0+1)\frac{u_0 + u_{40}}{2}$

$S = 41\frac{10+330}{2} = 41\frac{340}{2} = 41 \times 170 = 6970$

3) On a : $u_n = 2018$ donc : $10 + 8n = 2018$

Donc : $8n = 2008$

Donc : $n = \frac{2008}{8} = 251$

Exercice25 : (2007) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{3}{2}(2+n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : v_0 et v_1 et v_{19}

2) Calculer : $v_{n+1} - v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) En déduire la nature de la suite $(v_n)_n$ et déterminer ses éléments caractéristiques

4) Est ce que 2007 est un terme de la suite $(v_n)_n$?

5) Calculer la somme suivante : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{19}$

Solution : 1) $v_n = \frac{3}{2}(2+n)$

Donc : $v_0 = \frac{3}{2}(2+0) = \frac{3}{2}2 = 3$ et $v_1 = \frac{3}{2}(2+1) = \frac{3}{2}3 = \frac{9}{2}$

et $v_{19} = \frac{3}{2}(2+19) = \frac{3}{2}21 = \frac{63}{2}$

2) $v_{n+1} - v_n = \frac{3}{2}(2+n+1) - \frac{3}{2}(2+n) = \frac{3}{2}(n+3) - \frac{3}{2}(2+n) = \frac{3}{2}(n+3-2-n) = \frac{3}{2}$

3) $v_{n+1} - v_n = \frac{3}{2} = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0 = 3$ et sa raison $r = \frac{3}{2}$

4) On a : $v_n = 2007$ donc : $\frac{3}{2}(2+n) = 2007$

Donc : $3(2+n) = 2 \times 2007$

Donc : $2 + n = \frac{2 \times 2007}{3}$

Donc : $n = \frac{2 \times 2007}{3} - 2 = 1336$

Donc : le terme 2007 est un terme de la suite $(v_n)_n$ et $v_{1336} = 2007$

5) $(v_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{19} = (19-0+1)\frac{v_0 + v_{19}}{2}$

$$S = 20\frac{3+\frac{63}{2}}{2} = 20\frac{\frac{6+63}{2}}{2} = 20\frac{\frac{69}{2}}{2} = 10 \times \frac{69}{2} = 5 \times 69 = 345$$

Exercice26: Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) 2017

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 3n - 2 \quad ; \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1 et u_{20}

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Solution : 1) $u_n = 3n - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$ et $u_1 = 3 \times 1 - 2 = 3 - 2 = 1$

$u_{20} = 3 \times 20 - 2 = 60 - 2 = 58$

2) $u_{n+1} - u_n = (3(n+1) - 2) - (3n - 2) = 3n + 3 - 2 - 3n + 2 = 3$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3 = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 3$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20-0+1)\frac{u_0 + u_{20}}{2}$

$S=21\frac{-2+58}{2}=21\frac{56}{2}=21\times 28=588$

Exercice27 : Région Casa (2017)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=2-\frac{3}{4}n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r=-\frac{3}{4}$

3) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

Solution : 1) $u_n=2-\frac{3}{4}n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0=2-\frac{3}{4}\times 0=2-0=2$ et $u_1=2-\frac{3}{4}\times 1=2-\frac{3}{4}=\frac{8}{4}-\frac{3}{4}=\frac{8-3}{4}=\frac{5}{4}$

2) $u_{n+1}-u_n=\left(2-\frac{3}{4}(n+1)\right)-\left(2-\frac{3}{4}n\right)=2-\frac{3}{4}n-\frac{3}{4}-2+\frac{3}{4}n=-\frac{3}{4}$

Donc : $u_{n+1}-u_n=-\frac{3}{4}=r \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=2$ et sa raison $r=-\frac{3}{4}$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}=(20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$

Calculons : $u_{20}=?$

On a : $u_n=2-\frac{3}{4}n$ donc : $u_{20}=2-\frac{3}{4}\times 20=2-3\times 5=2-15=-13$

$S=21\frac{2+(-13)}{2}=21\frac{-11}{2}=-\frac{231}{2}$

Exercice28 :2014 Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de premier terme : $u_0=4$ et sa raison $r=10$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{19}$

Solution :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=4$ et sa raison $r=10$ Alors : $u_1=u_0+r=4+10=14$ et $u_2=u_1+r=14+10=24$

2) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=4$ et sa raison $r=10$

Alors : $u_n=u_0+nr$

Donc : $u_n=4+10n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{19}=4+10\times 19=4+190=194$

3) Calcul de : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{19}$

$S = (le\ nombre\ de\ termes)\dfrac{le\ premier\ terme + le\ dernier\ terme}{2}$

$le\ nombre\ de\ termes = 19 - 0 + 1 = 20$

Donc : $S = 20\dfrac{u_0 + u_{19}}{2} = 10(4 + 194) = 10 \times 198 = 1980$

Exercice29 : Région Fès 2014

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -3$ et $u_{10} = -20$

1) Vérifier que : $u_0 = 10$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(v_n)_n$ une suite géométrique et déterminer sa raison

Solution :1) On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$

Pour n= 10 et p=0 on a : $u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$

Donc : $-20 = u_0 + 10 \times (-3)$

Donc : $-20 = u_0 - 30$

Donc : $-20 + 30 = u_0$

Donc : $10 = u_0$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 10 - 3n$

Donc : $u_n = 10 - 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\dfrac{u_0 + u_{10}}{2}$

$S = 11\dfrac{10 + (-20)}{2} = 11\dfrac{-10}{2} = 11 \times (-5) = -55$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{2}{3^{n+1}}}{\frac{2}{3^n}} = \frac{2}{3^{n+1}} \times \frac{3^n}{2} = \frac{3^n}{3^{n+1}} = \frac{3^n}{3^n \times 3^1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

Exercice30 :2015 Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 100$ et $u_{10} = 10$

1) a) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

b) Calculer la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique tel que : $v_3 = 100$ et sa raison $q = 10$

a) Montrer que : $v_0 = 0,1$

b) Montrer que : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_4$ est égale a **: 1111,1**

Solution :1) a) la raison r ??

On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 10 et p=0 on a : $u_{10} = u_0 + (10-0)r$

Donc : $u_{10} = u_0 + 10r$

Donc : $10 = 100 + 10r \Leftrightarrow 10r = 10 - 100 \Leftrightarrow 10r = -90 \Leftrightarrow r = -\frac{90}{10} = -9$

b) Calcul de la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$A = 11\frac{100+10}{2} = 11\frac{110}{2} = 11 \times 55 = 605$$

2)Puisque $(v_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $v_n = v_p \times q^{n-p} \quad \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2$

Pour p=0 et n=3 On a : $v_3 = v_0 \times q^{3-0}$

Donc : $100 = v_0 \times 10^3$

Donc : $v_0 = \frac{100}{1000} = 0,1$

b) Calcul de : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_4$

$$S = (\text{le premier terme dans la somme})\frac{1 - raison^{(\text{le nombre de termes})}}{1 - raison}$$

$\text{le nombre de termes} = 4 - 0 + 1 = 5$

Donc : $S = v_0 \frac{1-10^5}{1-10} = 0,1\frac{1-100000}{-9} = 0,1 \times \frac{-99999}{-9} = 0,1 \times 11111 = 1111,1$

Exercice31 : Région Rabat 2018

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 6$ et $u_{20} = 46$

1) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Montrer que 2018 est un terme de cette suite

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006}$

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 20 et p=0 on a : $u_{20} = u_0 + (20-0)r$

Donc : $u_{20} = u_0 + 20r$

Donc : $46 = 6 + 20r \Leftrightarrow 20r = 46 - 6 \Leftrightarrow 20r = 40 \Leftrightarrow r = \frac{40}{20} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 6 + 2n$

Donc : $u_n = 6 + 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = 2018$ signifie $6 + 2n = 2018$

Signifie $2n = 2018 - 6$

Signifie $2n = 2012$

Signifie $n = \frac{2012}{2} = 1006$

Donc : $u_{1006} = 2018$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006} = (1006 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{1006}}{2}$$

$$S = 1007\frac{6 + 2018}{2} = 1007\frac{2024}{2} = 1007 \times 1012 = 1019084$$