

Exercices de mathématiques sur les suites arithmétique avec Correction extrais des examens régionaux et des interrogations

PROF : ATMANI NAJIB

Exercice1 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 5$ et $u_{100} = -195$

- 1) Calculer la raison r de cette suite
- 2) Ecrire u_n en fonction de n
- 3) Calculer u_1 et u_6
- 4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_6$
- 5) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution : 1) la raison r ??

On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$

Pour $n = 100$ et $p = 0$ on a : $u_{100} = u_0 + (100 - 0)r$

Donc : $u_{100} = u_0 + 100r$

Donc : $-195 = 5 + 100r \Leftrightarrow 100r = -195 - 5 \Leftrightarrow 100r = -200 \Leftrightarrow r = \frac{-200}{100} = -2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 5 + (-2)n$

Donc : $u_n = 5 - 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_1 = 5 - 2 \times 1 = 5 - 2 = 3$

Calcul de : u_6 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_6 = 5 - 2 \times 6 = 5 - 12 = -7$

4) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 5$ et sa raison $r = -2$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_6 = (6 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_6}{2}$$

$$S = 6 \frac{3 + (-7)}{2} = 6 \frac{-4}{2} = 6 \times (-2) = -12$$

5) On a : $v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 5u_1 + 1 = 5 \times 3 + 1 = 15 + 1 = 16$

On a : $v_2 = 5u_2 + 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_2 = 5 - 2 \times 2 = 5 - 4 = 1$

Par suite : $v_2 = 5 \times 1 + 1 = 5 + 1 = 6$

Exercice2 :2014 golmim Smara

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 11$ et $u_{n+1} - u_n = 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Vérifier que $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 3$

b) Dédire que : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c) Déterminer n si on a : $u_n = 2015$

3) Montrer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{30}$ est égale a : 1736

Solution : 1) a) On a : $u_{n+1} - u_n = 3$

Donc : $u_{n+1} = u_n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 3$

b) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 11$ et sa raison $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 11 + 3n$

Donc : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c) Déterminons n si on a : $u_n = 2015$

On a : $u_n = 2015$ donc : $11 + 3n = 2015$

Donc : $3n = 2015 - 11 = 2004$

Donc : $n = \frac{2004}{3} = 668$ remarque : $u_{668} = 2015$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{30} = (30 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{30}}{2}$$

On a : $u_n = 3n + 11 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{30} = 3 \times 30 + 11 = 90 + 11 = 101$

$$S = 31 \frac{11 + 101}{2} = 31 \frac{112}{2} = 31 \times 56 = 1736$$

Exercice3: interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : u_7

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 6065$

6) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

a) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

b) $u_2 = u_1 + r = 5 + 3 = 8$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 3n$

3) $u_n = 2 + 3n$ donc : $u_7 = 2 + 3 \times 7 = 2 + 21 = 23$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_7 = (7-1+1) \frac{u_1 + u_7}{2}$$

$$S = 7 \frac{5 + 23}{2} = 7 \frac{28}{2} = 7 \times 14 = 98$$

5) On a : $u_n = 6047$ donc : $2 + 3n = 6047$

Donc : $3n = 6045 - 2$

Donc : $n = \frac{6043}{3} = 2014$

6) On a : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 3u_1 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 15 - 1 = 14$

$v_2 = 3u_2 - 1 = 3 \times 8 - 1 = 24 - 1 = 23$

Exercice4 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 3$ et $u_7 = 17$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer u_1 et u_7

4) Déterminer n sachant que $u_n = 4035$ en fonction de n

5) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

6) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 4u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer : v_1 et v_2

Solution : 1) la raison r ??

On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$

Pour $n = 7$ et $p = 0$ on a : $u_7 = u_0 + (7 - 0)r$

Donc : $u_7 = u_0 + 7r$

Donc : $17 = 3 + 7r \Leftrightarrow 7r = 17 - 3 \Leftrightarrow 7r = 14 \Leftrightarrow r = \frac{14}{7} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 3 + 2n$

Donc : $u_n = 3 + 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_1 = 3 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$

Calcul de : u_7 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_7 = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$

4) $u_n = 4035$ signifie $3 + 2n = 4035$

Signifie $2n = 4035 - 3$

Signifie $2n = 4032$

Signifie $n = \frac{4032}{2} = 2016$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_7 = (7 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_7}{2}$$

$$S = 7 \frac{5 + 17}{2} = 7 \frac{22}{2} = 7 \times 11 = 77$$

6) On a : $v_n = 4u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 1 = 4 \times 5 - 1 = 20 - 1 = 19$

On a : $v_2 = 4u_2 - 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_2 = 3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$

Par suite : $v_2 = 4 \times 7 - 1 = 28 - 1 = 27$

Exercice5 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : v_2

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_9$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 10116$

6) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

a) $u_1 = u_0 + r = 1 + 5 = 6$

b) $u_2 = u_1 + r = 6 + 5 = 11$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1 + 5n$

3) $u_n = 1 + 5n$ donc : $u_9 = 1 + 5 \times 9 = 1 + 45 = 46$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = (9-1+1) \frac{u_1 + u_9}{2}$$

$$S = 9 \frac{6+46}{2} = 9 \frac{52}{2} = 9 \times 26 = 234$$

5) On a : $u_n = 10116$ donc : $1+5n = 10116$

Donc : $5n = 10116 - 1$

Donc : $n = \frac{10115}{5} = 2023$

6) On a : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 3 = 4 \times 6 - 3 = 24 - 3 = 21$

$v_2 = 4u_2 - 3 = 4 \times 11 - 3 = 44 - 3 = 41$

Exercice6 : interrogation

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : u_7

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 4047$

6) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 2u_n - 3$

Calculer v_1 et v_2

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

a) $u_1 = u_0 + r = 3 + 2 = 5$

b) $u_2 = u_1 + r = 5 + 2 = 7$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 2n$

3) $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_7 = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_7 = (7-1+1) \frac{5+17}{2}$$

$$S = 7 \frac{5+17}{2} = 7 \frac{22}{2} = 7 \times 11 = 77$$

5) On a : $u_n = 4047$ donc : $3 + 2n = 4047$

Donc : $2n = 4047 - 3$

Donc : $n = \frac{4044}{2} = 2022$

6) On a : $v_n = 2u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 2u_1 - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$

$$v_2 = 2u_2 - 3 = 2 \times 7 - 3 = 14 - 3 = 11$$

Exercice7 : Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) 2017 istid

1) $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

2) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0 = \frac{2}{3}$ et $v_1 = 4$

a) Montrer que la raison $q = 6$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

a) $u_1 = u_0 + r = 3 + 5 = 8$

$u_2 = u_1 + r = 8 + 5 = 13$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = (20 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

Calculons : u_{20}

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 5n$

Donc : $u_{20} = 3 + 5 \times 20 = 3 + 100 = 103$

$$S = 21 \frac{3 + 103}{2} = 21 \frac{106}{2} = 21 \times 53 = 1113$$

2)a) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0 = \frac{2}{3}$ et $v_1 = 4$

Donc : $v_1 = v_0 \times q$

Donc : $4 = \frac{2}{3} \times q$ c'est-à-dire : $4 \times 3 = 2 \times q$

Donc : $\frac{12}{2} = q = 6$

b) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q donc : $v_n = v_0 \times q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_n = \frac{2}{3} \times 6^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice8: (2020) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2 et u_4

2) Ecrire u_n en fonction de n et calculer u_7

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

4) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer v_1 et v_2 et v_4

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

$$u_1 = u_0 + r = 6 + 3 = 9$$

$$u_2 = u_1 + r = 9 + 3 = 12$$

$$u_3 = u_2 + r = 12 + 3 = 15$$

$$u_4 = u_3 + r = 15 + 3 = 18$$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

$$\text{Donc : } u_n = u_0 + nr = 6 + 3n$$

$$u_n = 6 + 3n \quad \text{Donc : } u_7 = 6 + 3 \times 7 = 6 + 21 = 27$$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (n - 0 + 1) \frac{u_0 + u_n}{2}$$

$$S = (n + 1) \frac{6 + 6 + 3n}{2} = (n + 1) \frac{12 + 3n}{2}$$

4) a) On a : $v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\text{Donc : } v_1 = 3u_1 - 1 = 3 \times 9 - 1 = 27 - 1 = 26$$

$$\text{Et : } v_2 = 3u_2 - 1 = 3 \times 12 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$\text{Et : } v_4 = 3u_4 - 1 = 3 \times 18 - 1 = 54 - 1 = 53$$

4) b) $T = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ **On ne connait rien sur la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$**

$$\text{On a : } v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Donc : } T = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = (3u_0 - 1) + (3u_1 - 1) + (3u_2 - 1) + \dots + (3u_n - 1)$$

$$\text{Donc : } T = (3u_0 + 3u_1 + 3u_2 + \dots + 3u_n) + \underbrace{(-1) + (-1) + \dots + (-1)}_{n+1 \text{ fois } (-1)}$$

$$\text{Donc : } T = 3(u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (n + 1) \times (-1)$$

Donc :

$$T = 3(n + 1) \frac{12 + 3n}{2} - (n + 1) = (n + 1) \left(\frac{36 + 9n}{2} - 1 \right) = (n + 1) \left(\frac{36 + 9n - 2}{2} \right) = (n + 1) \left(\frac{34 + 9n}{2} \right)$$

Exercice9 : (2017) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

1) Ecrire u_n en fonction de n et vérifier que : $u_{22} = 141$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{22}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

$$\text{Donc : } u_n = u_0 + nr = 9 + 6n$$

$$u_n = 9 + 6n \quad \text{Donc : } u_{22} = 9 + 6 \times 22 = 9 + 132 = 141$$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{22} = (22 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{22}}{2}$$

$$S = 23 \frac{9 + 141}{2} = 23 \frac{150}{2} = 23 \times 75 = 1725$$

Exercice10 : (2015) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

1) Montrer que $u_n = 7n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et vérifier que : $u_{10} = 73$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

$$\text{Donc : } u_n = u_0 + nr = 3 + 7n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$u_n = 7n + 3 \quad \text{Donc : } u_{10} = 7 \times 10 + 3 = 70 + 3 = 73$$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11 \frac{3 + 73}{2} = 11 \frac{76}{2} = 11 \times 38 = 418$$

Exercice11 :2012 Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) istid

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Et Soit la suite $(v_n)_n$ géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

1) a) Déterminer la raison de la suite $(u_n)_n$

b) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

2) a) Déterminer q la raison de la suite $(v_n)_n$ sachant que : $q > 0$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution : 1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

$$\text{Donc : } u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{On pose : } n=10 \text{ et } p=0$$

$$\text{Donc : } u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$$

$$\text{Donc : } 25 = -5 + 10r$$

$$\text{Donc : } 25 + 5 = 10r$$

$$\text{Donc : } 30 = 10r$$

$$\text{Donc : } r = \frac{30}{10} = 3$$

b) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$\text{Donc : } S = 11 \frac{-5 + 25}{2} = 11 \frac{20}{2} = 11 \times 10 = 110$$

2) a) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

Alors on a : $v_n = v_p \times q^{n-p} \quad \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2$

Pour $p=0$ et $n=2$ On a : $v_2 = v_0 \times q^{2-0}$

$$\text{Donc : } 12 = 3 \times q^2$$

$$\text{Donc : } \frac{12}{3} = q^2$$

$$\text{Donc : } q^2 = 4$$

$$\text{Donc : } q = \sqrt{4} \text{ ou } q = -\sqrt{4} \quad \text{or } q > 0$$

$$\text{Donc : } q = \sqrt{4} = 2$$

b) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique

Alors on a : $v_n = v_0 \times q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\text{Donc : } v_n = 3 \times 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Exercice12 :2012 Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

et Soit la suite $(v_n)_n$ définie par : $v_n = 25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Vérifier que la raison de la suite $(u_n)_n$ est : $r = 3$

b) Calculer : $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_6$

2) a) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

b) Calculer la somme suivante : $S_2 = v_0 + v_2 + \dots + v_6$

Solution : 1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

$$\text{Donc : } u_n = u_p + (n - p)r$$

On pose : $n=8$ et $p=5$

$$\text{Donc : } u_8 = u_5 + (8 - 5)r$$

$$\text{Donc : } 2 = -7 + 3r$$

$$\text{Donc : } 2 + 7 = 3r$$

$$\text{Donc : } 9 = 3r$$

$$\text{Donc : } r = \frac{9}{3} = 3$$

b) Calcul de la somme suivante : $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_6 = (6 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_6}{2}$$

$$\text{On a : } u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{Donc : } u_8 = u_0 + (8 - 0) \times 3$$

$$\text{Donc : } 2 = u_0 + 24$$

$$\text{Donc : } 2 - 24 = u_0$$

$$\text{Donc : } -22 = u_0$$

$$\text{Et on a : } u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{Donc : } u_6 = u_0 + (6 - 0) \times 3$$

$$\text{Donc : } u_6 = -22 + 18 = -4$$

$$\text{Donc : } S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_6 = 7 \frac{-22 + (-4)}{2} = 7 \frac{-26}{2} = 7 \times (-13) = -91$$

$$2) \text{ a) On a : } v_n = 25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n} = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{5}{3}\right)^n} = \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1-n} = \left(\frac{5}{3}\right)^1 = \frac{5}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

3) Puisque la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

$$\text{Alors : } S_2 = v_0 + v_2 + \dots + v_6 = v_0 \frac{1 - q^{6-0+1}}{1 - q}$$

$$\text{On a : } v_n = 25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n$$

$$\text{Pour } n=0 : \text{ on a : } v_0 = 25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^0 \text{ par suite : } v_0 = 25 \times 1 = 25 \text{ car } \left(\frac{5}{3}\right)^0 = 1$$

$$S_2 = 25 \frac{1 - \left(\frac{5}{3}\right)^7}{1 - \frac{5}{3}} = 25 \times \frac{1 - \left(\frac{5}{3}\right)^7}{-\frac{2}{3}} = -25 \times \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{5}{3}\right)^7\right) = -\frac{75}{2} \left(1 - \left(\frac{5}{3}\right)^7\right)$$

Exercice13 : (2014) Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1 = -2$ et $u_2 = 3$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $r = 5$

2) Calculer u_0

3) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_{17} = 78$

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{17}$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1 = -2$ et $u_2 = 3$

Donc : sa raison est : $r = u_2 - u_1 = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$

Donc : $r = 5$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc on a : $u_1 = u_0 + r$

Donc : $-2 = u_0 + 5$

Donc : $-2 - 5 = u_0$

Donc : $u_0 = -7$

3) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -7$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = -7 + 5n$

$u_n = -7 + 5n$ Donc : $u_{17} = -7 + 17 \times 5 = -7 + 85 = 78$

4) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{17}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{17} = (17 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_{17}}{2} = 17 \frac{-2 + 78}{2} = 17 \frac{76}{2} = 17 \times 38 = 646$$

Exercice14 : (2015) Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 11$

1) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_{50} = 211$

2) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2015$

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{50}$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 11$ et sa raison $r = 4$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 11 + 4n$

$u_n = 11 + 4n$ Donc : $u_{50} = 11 + 4 \times 50 = 11 + 200 = 211$

2) On a : $u_n = 2015$ donc : $11 + 4n = 2015$

Donc : $4n = 2015 - 11$

Donc : $n = \frac{2004}{4} = 501$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{50} = (50 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{50}}{2}$$

$$S = 51 \frac{11 + 211}{2} = 51 \frac{222}{2} = 51 \times 111 = 5661$$

Exercice15 : (2019) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_5 = 50$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2)a) Vérifier que : $u_0 = 10$

b) calculer : u_{20}

3) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 178$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_5 = 50$

$$\text{Donc : } u_n = u_5 + (n - 5)r = 50 + (n - 5)8$$

$$\text{Donc : } u_n = 50 + 8n - 40 = 10 + 8n$$

$$2) \text{ a) On a : } u_n = 10 + 8n \text{ donc : } u_0 = 10 + 8 \times 0 = 10 + 0 = 10$$

$$2) \text{ b) On a : } u_n = 10 + 8n \text{ donc : } u_{20} = 10 + 8 \times 20 = 10 + 160 = 170$$

$$3) \text{ On a : } u_n = 178 \text{ donc : } 10 + 8n = 178$$

$$\text{Donc : } 8n = 178 - 10$$

$$\text{Donc : } n = \frac{168}{8} = 21$$

Exercice16 : (2016) Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 2$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) Vérifier que : $u_{20} = 82$

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

4) En déduire la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 4$

$$\text{Donc : } u_n = u_0 + nr = 2 + 4n$$

$$2) u_n = 2 + 4n$$

$$\text{Donc : } u_{20} = 2 + 4 \times 20 = 2 + 80 = 82$$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n - 0 + 1) \frac{u_0 + u_n}{2} = (n + 1) \frac{2 + 2 + 4n}{2}$$

$$S = (n + 1) \frac{4 + 4n}{2} = (n + 1) \frac{4(1 + n)}{2} = 2(n + 1)(1 + n) = 2(n + 1)^2$$

4) Déduction de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

$$\text{On a : } S = 2(n + 1)^2 \text{ on pose : } n = 20$$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = 2(20 + 1)^2 = 2 \times 21^2 = 2 \times 441 = 882$$

Remarque :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = (20 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

$$\text{On a : } u_{20} = 82 \text{ et } u_0 = 2$$

$$\text{Donc : } S = 21 \frac{2 + 82}{2} = 21 \frac{84}{2} = 21 \times 42 = 882$$

Exercice17 : (2007) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 10$ et $u_0 = -100$

1) Calculer : u_1 et u_{20}

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -100$ et sa raison $r = 10$

$$u_1 = u_0 + r = -100 + 10 = -90$$

Et Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique

$$\text{Alors : } u_n = u_0 + nr = -100 + 10n$$

$$u_n = -100 + 10n \quad \text{Donc : } u_{20} = -100 + 10 \times 20 = -100 + 200 = 100$$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = (20 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{20}}{2}$$

$$S = 21 \frac{-100 + 100}{2} = 21 \times \frac{0}{2} = 21 \times 0 = 0$$

Exercice18 : (2008) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = \frac{2n+3}{3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_{15}

2) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2007$

3) Montrer que le terme 2008 n'est pas un terme de la suite $(u_n)_n$

4) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique et déterminer sa raison

5) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$

Solution : 1) $u_n = \frac{2n+3}{3}$

$$\text{Donc : } u_0 = \frac{2 \times 0 + 3}{3} = \frac{0 + 3}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$u_{15} = \frac{2 \times 15 + 3}{3} = \frac{30 + 3}{3} = \frac{33}{3} = 11$$

2) On a : $u_n = 2007$ donc : $\frac{2n+3}{3} = 2007$

$$\text{Donc : } 2n + 3 = 3 \times 2007$$

$$\text{Donc : } 2n + 3 = 6021$$

$$\text{Donc : } 2n = 6021 - 3$$

$$\text{Donc : } n = \frac{6018}{2} = 3009$$

3) $u_n = 2008$ donc : $\frac{2n+3}{3} = 2008$

$$\text{Donc : } 2n + 3 = 3 \times 2008$$

$$\text{Donc : } 2n + 3 = 6024$$

$$\text{Donc : } 2n = 6024 - 3$$

$$\text{Donc : } n = \frac{6021}{2} = 3010,5 \notin \mathbb{N}$$

Donc : le terme 2008 n'est pas un terme de la suite $(u_n)_n$

$$4) u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)+3}{3} - \frac{2n+3}{3} = \frac{2n+2+3-2n-3}{3} = \frac{2}{3} = r$$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = \frac{2}{3}$

$$5) (u_n)_n \text{ une suite arithmétique donc : } S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15} = (15 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{15}}{2}$$

$$S = 16 \frac{1+11}{2} = 16 \frac{12}{2} = 16 \times 6 = 96$$

Exercice19 : Région Rabat 2021

1) Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = -2n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer : u_0 et u_1

b) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = -2$

c) Montrer que : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$

d) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{49}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique telle que sa raison q est négative et $v_2 = 36$ et $v_4 = 324$

a) Vérifier que sa raison $q = -3$

b) calculer v_0 et écrire v_n en fonction de n

Solution : 1) a) $u_n = -2n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\text{Donc : } u_0 = -2 \times 0 + 3 = 3$$

$$u_1 = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$$

$$b) u_{n+1} - u_n = (-2(n+1) + 3) - (-2n + 3) = -2n - 2 + 3 + 2n - 3 = -2 = r$$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison : $r = -2$

$$c) u_n = -95 \Leftrightarrow -2n + 3 = -95 \Leftrightarrow -2n = -95 - 3$$

$$-2n = -98 \Leftrightarrow n = \frac{-98}{-2} \Leftrightarrow n = 49$$

Donc : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{49} = -95$

$$d) (u_n)_n \text{ une suite arithmétique donc : } S = u_1 + u_2 + \dots + u_{49} = (49 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_{49}}{2}$$

$$S = 49 \frac{1 + (-95)}{2} = 49 \frac{-94}{2} = 49 \times (-47) = -2303$$

2) a) la raison q ??

$$\text{On a : } \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad v_n = q^{n-p} v_p$$

$$\text{Pour } n=4 \text{ et } p=2 \text{ on a : } v_4 = q^{4-2} v_2$$

$$\text{Donc : } 324 = q^2 36 \Leftrightarrow q^2 = \frac{324}{36} \Leftrightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = \sqrt{9} \text{ ou } q = -\sqrt{9} \Leftrightarrow q = 3 \text{ ou } q = -3$$

Puisque : la raison q est négative

Donc : $q = -3$

b) Calcul de v_0

$$\text{On a : } \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad v_n = q^{n-p} v_p$$

$$\text{Pour } n=2 \text{ et } p=0 \text{ on a : } v_2 = q^{2-0} v_0$$

$$\text{Donc : } 36 = (-3)^2 v_0$$

$$\text{Donc : } 36 = 9v_0 \text{ c'est-à-dire : } v_0 = \frac{36}{9} = 4$$

v_n en fonction de n ?

$$v_n = v_0 (-3)^{n-0} \Leftrightarrow v_n = 4(-3)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Exercice20 : Région Rabat 2020

Soit $(u_n)_n$ une suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} - 1 = u_n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est arithmétique de raison : $r = 3$

2) Calculer : u_1 et u_2

3) Montrer que : $u_n = 1 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) a) pour quelle valeur de n a-t-on : $u_n = 37$? justifier la réponse

b) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{12}$

Solution : 1) : $u_{n+1} - 1 = u_n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3$ par suite : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison : $r = 3$

2) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

$u_2 = u_1 + r = 5 + 3 = 8$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison : $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n = 1 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$u_n = 37 \Leftrightarrow 1 + 3n = 37 \Leftrightarrow 3n = 37 - 1 \Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = \frac{36}{3} = 12 \quad \text{donc : } u_{12} = 37$$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = (12 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_{12}}{2}$

$$S = 12 \frac{5 + 37}{2} = 12 \frac{42}{2} = 12 \times 21 = 252$$

Exercice 21: Région Marrakech 2017

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} + 3u_n = 3 + 4u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = 3$

2) Calculer : u_1

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) a) Vérifier que : $u_{100} = 302$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$

Solution : 1) : $u_{n+1} + 3u_n = 3 + 4u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1} + 3u_n - 4u_n = 3$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison : $r = 3$

2) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n = 2 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ donc : $u_{100} = 2 + 3 \times 100 = 2 + 300 = 302$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{100} = (100 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{100}}{2}$

$$S = 101 \frac{2 + 302}{2} = 101 \frac{304}{2} = 101 \times 152 = 15352$$

Exercice22 : Région Dakhla 2018

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 3n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = 3$

3) Vérifier que : $u_{19} = 58$

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{19}$

Solution : 1) : $u_n = 3n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 3 \times 0 + 1 = 1$

$u_1 = 3 \times 1 + 1 = 3 + 1 = 4$

2) $u_{n+1} - u_n = (3(n+1) + 1) - (3n + 1) = 3n + 3 + 1 - 3n - 1 = 3 = r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison : $r = 3$

3) $u_{19} = 3 \times 19 + 1 = 57 + 1 = 58$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{19} = (19 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{19}}{2}$

$$S = 20 \frac{1 + 58}{2} = 10 \times 59 = 590$$

Exercice23 : (2015) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -2$ et $u_0 = -2$

1) Calculer : u_1

2) Montrer que : $u_n = -2(n + 1) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Est ce que le terme -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$? justifier votre réponse

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -2$ et sa raison $r = -2$

$u_1 = u_0 + r = -2 + -2 = -4$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique

$$\text{Alors : } u_n = u_0 + nr = -2 + (-2)n = -2(1+n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$3) u_n = -22 \Leftrightarrow -2(1+n) = -22 \Leftrightarrow 1+n = \frac{-22}{-2} \Leftrightarrow 1+n = 11 \Leftrightarrow n = 11-1 \Leftrightarrow n = 10$$

Donc : -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{10} = -22$

$$4) (u_n)_n \text{ une suite arithmétique donc : } S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = (10-0+1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11 \frac{-2 + (-22)}{2} = 11 \times \frac{-24}{2} = 11 \times (-12) = -132$$

Exercice24 : (2018) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_0 = 10$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Vérifier que : $u_{40} = 330$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{40}$

3) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2018$

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 10$ et sa raison $r = 8$

$$\text{Donc : } u_n = u_0 + nr = 10 + 8n$$

$$2) a) u_n = 10 + 8n \text{ Donc : } u_{40} = 10 + 8 \times 40 = 10 + 320 = 330$$

2) b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{40} = (40-0+1) \frac{u_0 + u_{40}}{2}$$

$$S = 41 \frac{10 + 330}{2} = 41 \frac{340}{2} = 41 \times 170 = 6970$$

$$3) \text{ On a : } u_n = 2018 \text{ donc : } 10 + 8n = 2018$$

$$\text{Donc : } 8n = 2008$$

$$\text{Donc : } n = \frac{2008}{8} = 251$$

Exercice25 : (2007) Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{3}{2}(2+n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : v_0 et v_1 et v_{19}

2) Calculer : $v_{n+1} - v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) En déduire la nature de la suite $(v_n)_n$ et déterminer ses éléments caractéristiques

4) Est ce que 2007 est un terme de la suite $(v_n)_n$?

5) Calculer la somme suivante : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{19}$

Solution : 1) $v_n = \frac{3}{2}(2+n)$

Donc : $v_0 = \frac{3}{2}(2+0) = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$ et $v_1 = \frac{3}{2}(2+1) = \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}$

et $v_{19} = \frac{3}{2}(2+19) = \frac{3}{2} \cdot 21 = \frac{63}{2}$

2) $v_{n+1} - v_n = \frac{3}{2}(2+n+1) - \frac{3}{2}(2+n) = \frac{3}{2}(n+3) - \frac{3}{2}(2+n) = \frac{3}{2}(n+3-2-n) = \frac{3}{2}$

3) $v_{n+1} - v_n = \frac{3}{2} = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0 = 3$ et sa raison $r = \frac{3}{2}$

4) On a : $v_n = 2007$ donc : $\frac{3}{2}(2+n) = 2007$

Donc : $3(2+n) = 2 \times 2007$

Donc : $2+n = \frac{2 \times 2007}{3}$

Donc : $n = \frac{2 \times 2007}{3} - 2 = 1336$

Donc : le terme 2007 est un terme de la suite $(v_n)_n$ et $v_{1336} = 2007$

5) $(v_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{19} = (19-0+1) \frac{v_0 + v_{19}}{2}$

$$S = 20 \frac{3 + \frac{63}{2}}{2} = 20 \frac{6 + 63}{2} = 20 \frac{69}{2} = 10 \times \frac{69}{2} = 5 \times 69 = 345$$

Exercice26: Région Tanger Tétouan Al Hoceima (la région du Nord) 2017

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 3n - 2 \quad ; \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1 et u_{20}

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

Solution : 1) $u_n = 3n - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$ et $u_1 = 3 \times 1 - 2 = 3 - 2 = 1$

$u_{20} = 3 \times 20 - 2 = 60 - 2 = 58$

2) $u_{n+1} - u_n = (3(n+1) - 2) - (3n - 2) = 3n + 3 - 2 - 3n + 2 = 3$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3 = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -2$ et sa raison $r = 3$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = (20-0+1) \frac{u_0 + u_{20}}{2}$

$$S = 21 \frac{-2+58}{2} = 21 \frac{56}{2} = 21 \times 28 = 588$$

Exercice27 : Région Casa (2017)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 2 - \frac{3}{4}n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r = -\frac{3}{4}$

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$

Solution : 1) $u_n = 2 - \frac{3}{4}n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 2 - \frac{3}{4} \times 0 = 2 - 0 = 2$ et $u_1 = 2 - \frac{3}{4} \times 1 = 2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{8-3}{4} = \frac{5}{4}$

2) $u_{n+1} - u_n = \left(2 - \frac{3}{4}(n+1)\right) - \left(2 - \frac{3}{4}n\right) = 2 - \frac{3}{4}n - \frac{3}{4} - 2 + \frac{3}{4}n = -\frac{3}{4}$

Donc : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4} = r$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = -\frac{3}{4}$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = (20-0+1) \frac{u_0 + u_{20}}{2}$

Calculons : $u_{20} = ?$

On a : $u_n = 2 - \frac{3}{4}n$ donc : $u_{20} = 2 - \frac{3}{4} \times 20 = 2 - 3 \times 5 = 2 - 15 = -13$

$$S = 21 \frac{2+(-13)}{2} = 21 \frac{-11}{2} = -\frac{231}{2}$$

Exercice28 :2014 Région de Drâa-Tafilalet Région de Souss Massa

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de premier terme : $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{19}$

Solution :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$ Alors : $u_1 = u_0 + r = 4 + 10 = 14$ et $u_2 = u_1 + r = 14 + 10 = 24$

2) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$

Alors : $u_n = u_0 + nr$

Donc : $u_n = 4 + 10n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{19} = 4 + 10 \times 19 = 4 + 190 = 194$

3) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{19}$

$$S = (\text{le nombre de termes}) \frac{\text{le premier terme} + \text{le dernier terme}}{2}$$

$$\text{le nombre de termes} = 19 - 0 + 1 = 20$$

$$\text{Donc : } S = 20 \frac{u_0 + u_{19}}{2} = 10(4 + 194) = 10 \times 198 = 1980$$

Exercice29 : Région Fès 2014

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -3$ et $u_{10} = -20$

1) Vérifier que : $u_0 = 10$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{2}{3^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(v_n)_n$ une suite géométrique et déterminer sa raison

Solution : 1) On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$

$$\text{Pour } n=10 \text{ et } p=0 \text{ on a : } u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$$

$$\text{Donc : } -20 = u_0 + 10 \times (-3)$$

$$\text{Donc : } -20 = u_0 - 30$$

$$\text{Donc : } -20 + 30 = u_0$$

$$\text{Donc : } 10 = u_0$$

2) u_n en fonction de n ?

$$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 10 - 3n$$

$$\text{Donc : } u_n = 10 - 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

3) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11 \frac{10 + (-20)}{2} = 11 \frac{-10}{2} = 11 \times (-5) = -55$$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{2}{3^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{2}{3^{n+1}}}{\frac{2}{3^n}} = \frac{2}{3^{n+1}} \times \frac{3^n}{2} = \frac{3^n}{3^{n+1}} = \frac{3^n}{3^n \times 3^1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$

Exercice30 :2015 Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 100$ et $u_{10} = 10$

1) a) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

b) Calculer la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique tel que : $v_3 = 100$ et sa raison $q = 10$

a) Montrer que : $v_0 = 0,1$

b) Montrer que : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_4$ est égale a : **1111,1**

Solution : 1) a) la raison r ??

$$\text{On a : } \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{Pour } n=10 \text{ et } p=0 \text{ on a : } u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$$

$$\text{Donc : } u_{10} = u_0 + 10r$$

$$\text{Donc : } 10 = 100 + 10r \Leftrightarrow 10r = 10 - 100 \Leftrightarrow 10r = -90 \Leftrightarrow r = -\frac{90}{10} = -9$$

b) Calcul de la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$A = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$A = 11 \frac{100 + 10}{2} = 11 \frac{110}{2} = 11 \times 55 = 605$$

2) Puisque $(v_n)_n$ est une suite géométrique

$$\text{Alors on a : } v_n = v_p \times q^{n-p} \quad \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2$$

$$\text{Pour } p=0 \text{ et } n=3 \text{ On a : } v_3 = v_0 \times q^{3-0}$$

$$\text{Donc : } 100 = v_0 \times 10^3$$

$$\text{Donc : } v_0 = \frac{100}{1000} = 0,1$$

b) Calcul de : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_4$

$$S = (\text{le premier terme dans la somme}) \frac{1 - \text{raison}^{(\text{le nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$$

$$\text{le nombre de termes} = 4 - 0 + 1 = 5$$

$$\text{Donc : } S = v_0 \frac{1 - 10^5}{1 - 10} = 0,1 \frac{1 - 100000}{-9} = 0,1 \times \frac{-99999}{-9} = 0,1 \times 11111 = 1111,1$$

Exercice31 : Région Rabat 2018

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 6$ et $u_{20} = 46$

1) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Montrer que 2018 est un terme de cette suite

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006}$

Solution : 1) la raison r ??

$$\text{On a : } \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{Pour } n=20 \text{ et } p=0 \text{ on a : } u_{20} = u_0 + (20 - 0)r$$

Donc : $u_{20} = u_0 + 20r$

Donc : $46 = 6 + 20r \Leftrightarrow 20r = 46 - 6 \Leftrightarrow 20r = 40 \Leftrightarrow r = \frac{40}{20} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 6 + 2n$

Donc : $u_n = 6 + 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = 2018$ signifie $6 + 2n = 2018$

Signifie $2n = 2018 - 6$

Signifie $2n = 2012$

Signifie $n = \frac{2012}{2} = 1006$

Donc : $u_{1006} = 2018$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006} = (1006 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{1006}}{2}$$

$$S = 1007 \frac{6 + 2018}{2} = 1007 \frac{2024}{2} = 1007 \times 1012 = 1019084$$