

1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

PROF : ATMANI NAJIB

correction du devoir le

DS1 : à faire sur une double feuille de papier propre

Correction : interrogation1

Exercice1 : 6 points

(1.5pt +1.5pt+1.5pt+1.5pt)

Donner la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes

1) P " $(5 \in \mathbb{N} \text{ et } \sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{5})$ "

2) Q " $\left((2\sqrt{3})^2 = 12 \text{ ou } \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$ "

3) R " $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 = -2$ "

4) M " $\forall n \in \mathbb{N} / \sqrt{n} \in \mathbb{N}$ "

Solution : 1) La proposition : P " $(5 \in \mathbb{N} \text{ et } \sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{5})$ " Est fausse

Car " $5 \in \mathbb{N}$ " est vraie et " $\sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{5}$ " est fausse

En effet : $\sqrt{1} + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3$ et $3 \neq \sqrt{5}$

La négation de « P " $(5 \in \mathbb{N} \text{ et } \sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{5})$ " » est \bar{P} " $(5 \notin \mathbb{N} \text{ ou } \sqrt{1} + \sqrt{4} \neq \sqrt{5})$ "

2) La proposition : Q " $\left((2\sqrt{3})^2 = 12 \text{ ou } \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$ " est vraie

Car $(2\sqrt{3})^2 = 12$ est vraie et " $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$ " est fausse

La négation de « Q " $\left((2\sqrt{3})^2 = 12 \text{ ou } \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$ " » est \bar{Q} " $(2\sqrt{3})^2 \neq 12 \text{ et } \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ "

3) La proposition : R " $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 = -2$ " est fausse

Car le carré est toujours positif

La négation de « R " $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 = -2$ " » est \bar{R} " $\forall x \in \mathbb{R} / x^2 \neq -2$ "

4) La proposition : M " $\forall n \in \mathbb{N} / \sqrt{n} \in \mathbb{N}$ " est fausse

Pour $n=2$ on a : $\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$

La négation de « M " $\forall n \in \mathbb{N} / \sqrt{n} \in \mathbb{N}$ " » est \bar{M} " $\exists n \in \mathbb{N} / \sqrt{n} \notin \mathbb{N}$ "

Exercice2 : 3 points(1.5pt+1.5pt)

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $5500 + \frac{45}{100}x \leq 10000$

2) les Frais de transports de Rachid avec sa voiture sont les suivants

1. 45 dh les Frais de carburant par 100 kilomètre

2. 5500 dh les Frais d'entretiens et d'assurance et Taxe

Déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

Solution : 1) $5500 + \frac{45}{100}x \leq 10000$ signifie que : $\frac{45}{100}x \leq 10000 - 5500$

Signifie que : $\frac{45}{100}x \leq 4500$ Signifie que : $45x \leq 4500 \times 100$

Signifie que : $45x \leq 450000$ Signifie que : $x \leq \frac{450000}{45}$ Signifie que : $x \leq 10000$

Donc : $S =]-\infty; 10000]$

2) soit x en kilomètre la distance parcourue par Rachid avec sa voiture par année
 On a : 45 dh les Frais de carburant par 100 kilomètre

Pour 1 kilomètre les frais du carburant sont : $\frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais du carburant sont : $x \times \frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais sont donc : $5500 + \frac{45}{100}x$

Pour déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

On doit résoudre l'inéquation suivante : $5500 + \frac{45}{100}x \leq 10000$

$5500 + \frac{45}{100}x \leq 10000$ Signifie que : $x \leq 10000$

La plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh est 10000km

Exercice3 : 2 points

Le prix d'une calculatrice après la diminution est 280 dh et son prix initial est 350 dh.
 Déterminer le pourcentage de diminution de son prix initial

Solution :

Le prix de la calculatrice à diminuer de (en %) : $\frac{350 - 280}{280} \times 100 = 25\%$

Le pourcentage de diminution de son prix initial : 25%

Exercice4 : 5points (1.5pt +2pt+1.5pt)

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$x^2 - 12x - 13 = 0$$

2) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^2 - 12x - 13 \geq 0$

b) $(x + 1)(x - 13) \leq 0$

Solution :1) Le discriminant de $x^2 - 12x - 13 = 0$ est

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times (-13) = 196 \text{ et ses racines sont :}$$

$$x_1 = \frac{-(-12) + \sqrt{196}}{2 \times 1} = \frac{12 + 14}{2} = \frac{26}{2} = 13 \text{ et } x_2 = \frac{-(-12) - \sqrt{196}}{2 \times 1} = \frac{12 - 14}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S = \{-1; 13\}$

2) a) On commence étudier le signe du trinôme : $x^2 - 12x - 13$

$$x_1 = 13 \text{ et } x_2 = -1$$

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	13	$+\infty$	
$x^2 - 12x - 13$	+	0	-	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc : $S =]-\infty; -1] \cup [13; +\infty[$.

b) $(x + 1)(x - 13) \leq 0$ On a : $x_1 = 13$ et $x_2 = -1$ sont les racines de :

$$x^2 - 12x - 13 = 1(x - (-1))(x - 13)$$

$$\text{Donc : } x^2 - 12x - 13 = (x + 1)(x - 13)$$

$$\text{Donc : } (x + 1)(x - 13) \leq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 13) \leq 0$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(x + 1)(x - 13) \leq 0$

Est donc : $S = [-1; 13]$.

Exercice5 : 3 points (1pt +2pt)

1) Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 4y = 42 \\ x + y = 15 \end{cases}$$

2) Dans une cage, il Ya un certain nombre de poulets et un certain nombre de lapins. Si vous savez que le nombre total de pattes est de 42, et que le nombre total de lapins et de poulets est 15

Déterminez le nombre de lapins et de poulets dans cette cage.

Solution : 1) Résolution du système :
$$\begin{cases} 2x + 4y = 42 \\ x + y = 15 \end{cases}$$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 2x + 4y = 42 \\ x + y = 15 \end{cases} \text{ Équivaut à : } \begin{cases} 2x + 4y = 42 \\ -2x + -2y = -30 \end{cases}$$

Donc : $2x + 4y + -2x - 2y = -30 + 42$

Équivaut à : $2y = 12$ donc: $y = 6$

et on remplace dans: $x + y = 15$

$$x = 15 - 6 = 9 \text{ C'est à dire : } \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \end{cases}$$

2) Soit x le nombre poulets et y le nombre lapins.

On sait que le nombre total de lapins et de poulets est 15 : cette donnée s'écrit : $x + y = 15$

le nombre total de pattes est de 42 : cette donnée s'écrit : $2x + 4y = 42$

On retrouve les deux équations de la question précédente.

Par conséquent : le nombre poulets est 9 et le nombre lapins est 6