Exercices avec corrections sur les équations et les inéquations du premier degré à une inconnue ou deux inconnues

Types d'exercices :

Application directe du cours (*) Difficulté moyenne (**) Demande une réflexion (***)

Exercice1 : (*) et (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$ 2) $3(2x+5)=6x-1$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) (2x + 3)² - (2x + 3)(x - 4) = 0

5) $x^2-100=0$ 6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ 8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$

9) $|7x-10|=|6+3x|$ 10) $x^3-7x=0$

Corrigé : 1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$

Équivaut à : $x+x\sqrt{2}=-3-\sqrt{18}$

Équivaut à $x(1+\sqrt{2})=-3-3\sqrt{2}$

Équivaut à : $x=\frac{-3-3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{-3(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}}=-3$

Et par suite : $S=\{-3\}$

2) $3(2x+5)=6x-1$ équivaut à $6x+15=6x-1$

équivaut à $6x-6x=-1-15$ équivaut à $0x=-16$

Équivaut à $0=-16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

Équivaut à $4x-8=6x-2x-8$

Équivaut à $4x-4x+8-8=0$

Équivaut à $0=0$ donc tous les réels sont solutions et par suite : $S=\mathbb{R}$

4) (2x + 3) ² - (2x + 3)(x - 4) = 0

Ce qui est équivalent à :(2x+3)(2x+3 -x + 4) = 0

Ce qui est équivalent à : (2x + 3)(x + 7) = 0

Les Solutions sont -3/2 ou -7.

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\{-7;-3/2\}$

5) $x^2-100=0$ équivalent à : $x^2-10^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme :

a² - b² = (a - b) (a + b),

Équivalent à : $(x-10)(x+10)=0$

Équivalent à : $x-10=0$ ou $x+10=0$

Équivalent à : $x=10$ ou $x=-10$

D'où : $S=\{-10;10\}$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$ Cette équation n'existe pas si $x+2=0$ ou $x-2=0$.

Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2.

L'équation est donc définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$.

Le dénominateur commun est : $(x+2)(x-2)$

$\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$ Équivalent à $\frac{3(x-2)-5(x+2)}{(x+2)(x-2)}=0$

Équivalent à $\frac{3x-6-5x-10}{(x+2)(x-2)}=0$

C'est-à-dire : $\frac{-2x-16}{(x+2)(x-2)}=0$

Donc : $-2x-16=0$ équivalent à : $x=\frac{16}{-2}=-8$

-8 appartient à l'ensemble de définition de l'équation d'où : $S=\{-8\}$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ Cette équation existe si $x^2-9\neq 0$

$x^2-9=0$ Équivalent à : $x^2-3^2=0$

Équivalent à : $(x+3)(x-3)=0$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$

Équivalent à : $x=-3$ ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3.

L'équation est donc définie sur : $D_E=\mathbb{R}\backslash\{-3; 3\}$.

$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ Équivalent à $(x-7)(x+3)=0$

Équivalent à $x-7=0$ ou $x+3=0$

Équivalent à $x=7\in D_E$ ou $x=-3\notin D_E$

Donc : $S=\{7\}$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ Cette équation n'existe pas si $x-3=0$

$x-3=0$ Équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3.

L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\backslash\{3\}$.

$\frac{4x+2}{x-3}=5$ Équivalent à : $4x+2=5(x-3)$

Équivalent à : $4x+2=5x-15$

Équivalent à : $-x=-17$ c'est à dire : $x=17$

Donc : $S=\{17\}$

9) $|7x-10|=|6+3x|$

Équivalent à: $7x-10=6+3x$ ou $7x-10=-(6+3x)$

Équivalent à : $4x=16$ ou $10x=4$

Équivalent à $x=4$ ou $x=2/5$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S=\{4;2/5\}$

10) $x^3-7x=0$ Équivalent à : $x(x^2-7)=0$

Équivalent à : $x=0$ ou $x^2-7=0$

Équivalent à $x=0$ ou $x^2=7$

Équivalent à : $x=0$ ou $x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$

D'où : $S=\{-\sqrt{7};0;\sqrt{7}\}$

Exercice2 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$

2) $x^3+27+2(x^2-9)-3x-9=0$

3) $\dfrac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\dfrac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$

Corrigé : 1) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$

Équivalent à : $(3x+1)(2x-1)-(4x^2-1)=0$

Équivaut à : $(3x+1)(2x-1)-(2x-1)(2x+1)=0$

Équivaut à : $(2x-1)[(3x+1)-(2x+1)]=0$

Équivaut à : $(2x-1)(3x+1-2x-1)=0$

Équivaut à : $x(2x-1)=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $2x-1=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x=\dfrac{1}{2}$ d''où : $S=\left\{0;\dfrac{1}{2}\right\}$

2) $x^3+27+2(x^2-9)-3x-9=0$

Équivaut à : $x^3+3^3+2(x^2-3^2)-3(x+3)=0$

Équivaut à :

$(x+3)(x^2-3x+9)+2(x+3)(x-3)-3(x+3)=0$

car : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Équivaut à : $(x+3)[(x^2-3x+9)+2(x-3)-3]=0$

Équivaut à : $(x+3)(x^2-3x+9+2x-6-3)=0$

C'est-à-dire : $(x+3)(x^2-x)=0$

Équivaut à : $x(x+3)(x-1)=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x+3=0$ ou $x-1=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x=-3$ ou $x=1$

D'où : $S=\{-3;0;1\}$

3) $\dfrac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\dfrac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$

Cette équation n'existe pas si :

$x-1=0$ et si $\sqrt{2}x-2=0$

$x-1=0$ Équivaut à : $x=1$

$\sqrt{2}x-2=0$ Équivaut à : $x=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

Les valeurs interdites de cette équation sont :

1 et $\sqrt{2}$.

L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\backslash\{1;\ \sqrt{2}\}$.

$\dfrac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\dfrac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$

Équivaut à : $(\sqrt{2}x-1)(\sqrt{2}x-2)=(2x-2)(x-1)$

Équivaut à : $2x^2-2\sqrt{2}x-\sqrt{2}x+2=2x^2-2x-2x+2$

Équivaut à : $-3\sqrt{2}x+4x=0$

Équivaut à : $(-3\sqrt{2}+4)x=0$

Équivaut à : $x=0\in D_E$ d'où : $S=\{0\}$

Exercice3 : (***) Amin a 12 ans quand son père Ali 32ans ; Dans combien d'années l'âge de Ali sera-t-il le double de l'âge de Amin **?**

Corrigé : Soit x le nombre d'années cherché

Après x années l'âge d'Amin devient : $x+12$ ans

Puisque l'âge d'Ali sera le double de celui d'Amin

On a : $x+32=2(x+12)$

Équivaut à : $x+32=2x+24$ c'est-à-dire : $x=8$

Donc : après 8 années Amin aura : $8+12=20$ ans

Et son père Ali aura : $8+32=40$ ans

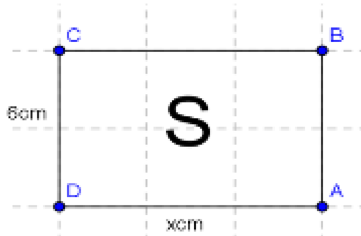
(le double de l'âge de Amin)

Exercice4 : (***) Quelle est la longueur d'un rectangle sachant que sa largeur est 6cm et sa surface vaut le double de son périmètre **?**

Corrigé : Soit S La surface du rectangle $ABCD$

Et P Le périmètre **du** rectangle $ABCD$

Soit x La longueur du rectangle



On a donc : $S=6x$ et $P=2(6+x)=12+2x$

$S=2P$ Signifie $6x=2(12+2x)$

Signifie $6x=24+4x$ c'est-à-dire : $2x=24$

Signifie $x=\dfrac{24}{2}=12cm$

Exercice5 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2|x|-1=0$

2) $|1-2x|=|9x+2|$

3) $-3\left|-\frac{3}{2}x+2\right|+5=0$ 4) $\left|x^3+x\right|=0$

5) $\left|x^4-2x+1\right|=-2$

Corrigé :1) $2|x|-1=0$ équivaut à : $|x|=\frac{1}{2}$

$|x|=\frac{1}{2}$ Signifie que : $x=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{1}{2}$

Donc : $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$

2) $|1-2x|=|9x+2|$

Signifie que : $1-2x=9x+2$ ou $1-2x=-(9x+2)$

Signifie que : $-11x=1$ ou $7x=-3$

Signifie que : $x=-\frac{1}{11}$ ou $x=\frac{-3}{7}$

Donc : $S=\left\{\frac{-1}{11};\frac{-3}{7}\right\}$

3) $-3\left|-\frac{3}{2}x+2\right|+5=0$ Signifie que :

$-3\left|-\frac{3}{2}x+2\right|=-5$ c'est-à-dire : $\left|-\frac{3}{2}x+2\right|=\frac{5}{3}$

Signifie que : $-\frac{3}{2}x+2=\frac{5}{3}$ ou $-\frac{3}{2}x+2=-\frac{5}{3}$

C'est-à-dire : $-\frac{3}{2}x=-\frac{1}{3}$ ou $-\frac{3}{2}x=-\frac{11}{3}$

Signifie que : $x=\frac{1}{3}\Big/\frac{3}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$ ou

$x=\frac{11}{3}\Big/\frac{3}{2}=\frac{11}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{22}{9}$ Donc : $S=\left\{\frac{2}{9};\frac{22}{9}\right\}$

4) $\left|x^3+x\right|=0$ Signifie que : $x^3+x=0$

Signifie que : $x\left(x^2+1\right)=0$

Signifie que : $x=0$ ou $x^2+1=0$

C'est-à-dire : $x=0$ ou $x^2=-1$ (impossible car le carré est toujours positif) Donc : $S=\{0\}$

5) $\left|x^4-2x+1\right|=-2$ $S=\varnothing$ Car $\left|x^4-2x+1\right|\geq 0$

Exercice6 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :1) $|x-2|-|4-x|-1=0$

2) $|x+1|+|x-2|=|x-3|$

Corrigé :1) $|x-2|-|4-x|-1=0$

$x-2=0$ Signifie que: $x=2$

$4-x=0$ Signifie que : $x=4$

x	$-\infty$ ... 2	2 ... 4	4 ... $+\infty$
$x-2$	$-$ 0	$+$	$+$
$\|x-2\|$	$-x+2$	$x-2$	$x-2$
$4-x$	$+$	$+$ 0	$-$
$\|x+2\|$	$4-x$	$4-x$	$x-4$
$\|x-2\|-\|4-x\|-1$	-3	$2x-7$	1

Si : $x\leq 2$ alors : $|x-2|-|4-x|-1=0$ devient :

$-3=0$ impossible donc : $S_1=\varnothing$

Si : $2\leq x\leq 4$ alors l'équation devient : $2x-7=0$

Ce qui signifie que : $x=\frac{7}{2}\in[2;4]$

Donc : $S_2=\left\{\frac{7}{2}\right\}$

Si : $x\geq 4$ alors : l'équation devient $1=0$ impossible donc : $S_3=\varnothing$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left\{\frac{7}{2}\right\}$

2) $|x+1|+|x-2|=|x-3|$

$x+1=0$ Signifie que : $x=-1$

$x-2=0$ Signifie que : $x=2$

$x-3=0$ Signifie que : $x=3$

x	$-\infty$	-1	2	3 $+\infty$
$x+1$	$-$	0 $+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	0 $+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0 $+$

Si : $x\leq -1$ alors : l'équation devient :

$-(x+1)-(x-2)=-(x-3)$

Signifie que : $-x-1-x+2=-x+3$

Signifie que : $x=-2\leq -1$ Donc : $S_1=\{-2\}$

Si : $-1\leq x\leq 2$ alors : l'équation devient :

$(x+1)-(x-2)=-(x-3)$

Ce qui signifie que : $x+1-x+2=-x+3$

Signifie que : $x=0\in[-1;2]$ Donc : $S_2=\{0\}$

Si : $2\leq x\leq 3$ alors l'équation devient :

$(x+1)+(x-2)=-(x-3)$

Ce qui signifie que : $x+1+x-2=-x+3$

Signifie que : $3x=4$

Signifie que : $x=\frac{4}{3}\notin[2;3]$ Donc : $S_3=\varnothing$

Si : $x\geq 3$ alors l'équation devient :

$x+1+x-2=x-3$

Signifie que : $x=-2\notin[3;+\infty[$ donc : $S_4=\varnothing$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3\cup S_4=\{-2;0\}$

Exercice7 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :1) $\left|2|x-2|-5\right|-1=0$

2) $\left|3|x+1|-2\right|-6=0$ 3) $\left|1-2|x-1|\right|=2|3x-2|$

Corrigé :1) $\left|2|x-2|-5\right|-1=0$

Signifie que : $\left|2|x-2|-5\right|=1$

Signifie que : $2|x-2|-5=1$ ou $2|x-2|-5=-1$

Signifie que : $2|x-2|=6$ ou $2|x-2|=4$

Signifie que : $|x-2|=3$ ou $|x-2|=2$

Signifie que : $x-2=3$ ou $x-2=-3$ ou $x-2=2$ ou $x-2=-2$

Signifie que : $x=5$ ou $x=-1$ ou $x=4$ ou $x=0$

Donc : $S=\{-1;0;4;5\}$

2) $\left|3|x+1|-2\right|-6=0$

Signifie que : $\left|3|x+1|-2\right|=6$

Signifie que : $3|x+1|-2=6$ ou $3|x+1|-2=-6$

Signifie que : $3|x+1|=8$ ou $3|x+1|=-4$ pas de solution car la valeur absolue est toujours positif

Signifie que : $3|x+1|=8$ c'est-à-dire : $|x+1|=\frac{8}{3}$

Signifie que : $x+1=\frac{8}{3}$ ou $x+1=-\frac{8}{3}$

Signifie que: $x=\frac{5}{3}$ ou $x=-\frac{11}{3}$ Donc : $S=\left\{-\frac{11}{3};\frac{5}{3}\right\}$

3) $\left|1-2|x-1|\right|=2|3x-2|$

Signifie que : $\left|1-2|x-1|\right|=|6x-4|$

Signifie que: $1-2|x-1|=6x-4$ ou $1-2|x-1|=-6x+4$

Signifie que : $-2|x-1|=6x-5$ ou $-2|x-1|=-6x+3$

Signifie que : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$ ou $|x-1|=\frac{6x-3}{2}$

- On va résoudre dans $\mathbb{R}$

l'équation (E_1) : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$

L'équation (E_1) admet des solutions si : $5-6x\geq 0$

C'est-à-dire si : $x\leq\frac{5}{6}$

Dans ce cas on a : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$

Signifie que : $x-1=\frac{5-6x}{2}$ ou $x-1=-\frac{5-6x}{2}$

Signifie que : $2x-2=5-6x$ ou $2x-2=-5+6x$

Signifie que : $8x=7$ ou $-4x=-3$

Signifie que : $x=\frac{7}{8}\notin\left]-\infty;\frac{5}{6}\right]$ ou $x=\frac{3}{4}\in\left]-\infty;\frac{5}{6}\right]$

($\frac{7}{8}\simeq 0.875...$ et $\frac{5}{6}\simeq 0.833...$ et $\frac{3}{4}=0.75$)

Donc : $S_1=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

- On va résoudre dans $\mathbb{R}$

l'équation (E_2) : $|x-1|=\frac{6x-3}{2}$

L'équation (E_2) admet des solutions si : $6x-3\geq 0$

C'est-à-dire si : $x\geq\frac{1}{2}$ dans ce cas on a : $|x-1|=\frac{6x-3}{2}$

Signifie que : $x-1=\frac{6x-3}{2}$ ou $x-1=-\frac{6x-3}{2}$

Signifie que : $2x-2=6x-3$ ou $2x-2=-6x+3$

Signifie que : $-4x=-1$ ou $8x=5$

Signifie que : $x=\frac{1}{4}\notin\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ou $x=\frac{5}{8}\in\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

($\frac{1}{4}=0.25$ et $\frac{5}{8}=0.625$ et $\frac{1}{2}=0.5$) Donc : $S_2=\left\{\frac{5}{8}\right\}$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2=\left\{\frac{3}{4};\frac{5}{8}\right\}$

Exercice8 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :1) $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$ 2) $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$

Corrigé : 1) $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$

- L'équation est définie si $x^2+27\geq 0$ et $3x\geq 0$

Or $x^2+27\geq 0$

Donc : L'équation est définie si $x\geq 0$

L'équation est donc définie sur : $D_E=[0.+\infty[$

- $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$

Signifie que : $\left(\sqrt{x^2+27}\right)^2=\left(2\sqrt{3x}\right)^2$

Signifie que : $x^2+27=12x$

C'est-à-dire : $x^2-12x+27=0$

Signifie que : $x^2-2\times 6x+6^2-6^2+27=0$

Signifie que : $(x-6)^2-9=0$

Signifie que : $(x-6)^2=9$

Signifie que : $x-6=\sqrt{9}$ ou $x-6=-\sqrt{9}$

Signifie que : $x=9\in[0.+\infty[$ ou $x=3\in[0.+\infty[$

Par conséquent : $S=\{3;9\}$

2) $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$

- L'équation est définie si $x^2-4\geq 0$ et $2x\geq 0$

Signifie que : $(x-2)(x+2)\geq 0$ et $x\geq 0$

Signifie que : $x-2\geq 0$ et $x\geq 0$ (car $x\geq 0$ donc : $x+2\succ 0$)
Signifie que : $x\geq 2$ et $x\geq 0$
L'équation est donc définie sur : $D_E=[2.+\infty[$

- $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$

Signifie que : $\left(\sqrt{x^2-4}\right)^2=\left(\sqrt{2x}\right)^2$

Signifie que : $x^2-4=2x$
C'est-à-dire : $x^2-2x-4=0$
Signifie que : $x^2-2\times 1x+1^2-1^2-4=0$
Signifie que : $(x-1)^2-5=0$
Signifie que : $(x-1)^2=5$
Signifie que : $x-1=\sqrt{5}$ ou $x-1=-\sqrt{5}$
Signifie que : $x=1+\sqrt{5}\in[2.+\infty[$ ou
$x=1-\sqrt{5}\notin[2.+\infty[$ Par conséquent : $S=\{1+\sqrt{5}\}$

Exercice9 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m les équations suivantes :
1) $(m-2)x+3mx-(m-x)-5=0$
2) $(m+3)x+4m=-(7-3m)x+5m-5$
3) $\frac{x-4}{x+m}=m$

Corrigé : 1) On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$
$(m-2)x+3mx-(m-x)-5=0$
Équivalent à : $mx-2x+3mx-m+x-5=0$
Équivalent à : $(m-2+3m+1)x-m-5=0$
Équivalent à : $(4m-1)x-m-5=0$

1ére cas : $4m-1\neq 0$ c'est à dire : $m\neq\frac{1}{4}$
$(4m-1)x-m-5=0$ Équivalent à : $(4m-1)x=m+5$
Donc : L'équation admet une solution unique :
$x=\frac{m+5}{4m-1}$ Par suite : $S=\left\{\frac{m+5}{4m-1}\right\}$

2ére cas : $4m-1=0$ c'est à dire : $m=\frac{1}{4}$
L'équation devient : $\left(4\times\frac{1}{4}-1\right)x-\frac{1}{4}-5=0$
Équivalent à : $0x-\frac{21}{4}=0$ ce qui est impossible
Par suite : $S=\varnothing$

2) On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$
$(m+3)x+4m=-(7-3m)x+5m-5$
Équivalent à : $(m+3)x+(7-3m)x+4m-5m+5=0$
Équivalent à : $(m+3+7-3m)x+4m-5m+5=0$
Équivalent à : $(-2m+10)x-m+5=0$
1ére cas : $-2m+10\neq 0$ c'est à dire : $m\neq 5$
$(-2m+10)x-m+5=0$ Équivalent à : $(-2m+10)x=m-5$
Donc : L'équation admet une solution unique :
$x=\frac{m-5}{-2m+10}=\frac{m-5}{-2(m-5)}=-\frac{1}{2}$
Par suite : $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

2ére cas : $-2m+10=0$ c'est à dire : $m=5$
L'équation devient : $0x+0=0$ (0=0)
Par suite : $S=\mathbb{R}$

3) $\frac{x-4}{x+m}=m$
a) L'équation est définie si $x+m\neq 0$.
C'est-à-dire : $x\neq -m$
On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$
$\frac{x-4}{x+m}=m$ Équivalent à : $x-4=m(x+m)$
Équivalent à : $x-4-m(x+m)=0$
Équivalent à : $x(1-m)-4-m^2=0$
1ére cas : $1-m=0$ c'est à dire : $m=1$
L'équation devient : $0-5=0$ ce qui est impossible
Par suite : $S=\varnothing$
2ére cas : $1-m\neq 0$ c'est à dire : $m\neq 1$
$x(1-m)-4-m^2=0$
Équivalent à : $x(1-m)=4+m^2$
Donc : L'équation admet une solution unique :
$x=\frac{4+m^2}{1-m}$ si $x\neq -m$

Cherchons : m tel que : $-m=\frac{4+m^2}{1-m}$?

$-m=\frac{4+m^2}{1-m}$ Équivalent à : $-m(1-m)=4+m^2$
Équivalent à : $m^2-m=3+m^2$ c'est-à-dire : $m=-3$
Donc si : $m=-3$ l'équation n'admet pas de solutions par suite : $S=\varnothing$
Mais si : $m\neq 1$ et $m\neq -3$: L'équation admet une solution unique : $x=\frac{4+m^2}{1-m}$ Par suite : $S=\left\{\frac{4+m^2}{1-m}\right\}$

Exercice10 : (*) Etudier le signe de :
$3x+6$ et $-2x+12$

Corrigé : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (Coefficient de a positif) $a=3$

(à droite le signe de $a=3$)

x	$-\infty$ -2 $+\infty$
$3x+6$	$-$ 0 $+$

b) le signe de : $-2x+12$

(Coefficient de a négatif) $a=-2$

$-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (à droite le signe de $a=-2$)

x	$-\infty$ 6 $+\infty$
$-2x+12$	$+$ 0 $-$

Exercice11 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : 1) $-2x+6>0$ 2) $5x-15\leq 0$

3) $-6x+7>x-7$

4) $(x+1)\sqrt{2}+(1-x)\sqrt{3}\leq 0$

5) $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3}<\frac{3x-2}{\sqrt{3}+3}$ 6) $4x^2-9\geq 0$

7) $(1-x)(2x+4)>0$ 8) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$

9) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6}\leq 0$

Corrigé :1) $-2x+6\succ 0$

$-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$

Et $-2=a$ on a : $a<0$ (coefficient de x négatif)

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$-2x+6$	$+$ 0 $-$

Donc : $S=]-\infty;3[$

2) $5x-15\leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$

$5=a$ et $a>0$ (coefficient de x positif)

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$5x-15$	$-$ 0 $+$

Donc : $S=]-\infty;3[$

3) $-6x+7>x-7$ équivalent à : $-7x>-14$

Équivalent à : $x<\frac{-14}{-7}$ donc : $x<2$

L'ensemble de solution est alors : $S=]-\infty;2[$

4) $(x+1)\sqrt{2}+(1-x)\sqrt{3}\leq 0$

Équivalent à : $x\sqrt{2}-x\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}\leq 0$

Équivalent à : $x\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\leq -\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

Équivalent à : $x\geq -\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$ car $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

Équivalent à : $x\geq -\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}^2}$

Équivalent à : $x\geq\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$

Équivalent à : $x\geq 5+2\sqrt{6}$

L'ensemble de solution est alors : $S=\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right[$

5) $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3}<\frac{3x-2}{\sqrt{3}+3}$ Équivalent à : $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3}-\frac{3x-2}{\sqrt{3}+3}<0$

Équivalent à : $\frac{(3x-1)\left(\sqrt{3}+3\right)-\left(\sqrt{3}-3\right)(3x-2)}{\left(\sqrt{3}+3\right)\left(\sqrt{3}-3\right)}<0$

Équivalent à : $\frac{18x+\sqrt{3}-9}{-6}<0$

Équivalent à : $18x+\sqrt{3}-9>0$

Équivalent à : $18x>9-\sqrt{3}$

C'est-à-dire : $x>\frac{9-\sqrt{3}}{18}$

Par suite : $S=\left]\frac{9-\sqrt{3}}{18};+\infty\right[$

6) $4x^2-9\geq 0$

$4x^2-9=0$ Équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$

Donc : $(2x-3)(2x+3)=0$

Équivalent à : $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

Équivalent à : $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-3/2$		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$	$-$		$-$	0	$+$	
$2x+3$	$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-3)(2x+3)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

7) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$

Équivalent à : $2x+4=0$ ou $1-x=0$

Équivalent à : $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x+4)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=\left]-2;1\right[$

8)

(Signe d'un quotient méthode)

- Donner l'ensemble de définition.
- Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).et le quotient de deux nombres de signes différents est négatif .

$\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$

- Cette inéquation existe si $1+3x\neq 0$

$1+3x=0$ Équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$.

L'inéquation est donc définie sur : $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

- $5x-2=0$ Équivalent à : $x=\frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$1+3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{5x-2}{1+3x}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite donc : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[\cup\left[\frac{2}{5};+\infty\right[$

9) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6}\leq 0$

- Cette inéquation existe si $2x-6\neq 0$

$2x-6\neq 0$ Équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$.

L'inéquation est donc définie sur $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

- $2x-6\neq 0$ Équivalent à : $x\neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I=\mathbb{R}-\{3\}$

$2x+1=0$ Équivalent à : $x=-\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ Équivalent à : $x=2$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		2		3		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$5x-10$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-6$		$-$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[2;3\right[$

Exercice12 : (**) Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1) $\frac{4x-2}{3x+6}\geq 0$ 2) $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4}\geq 0$

3) $\frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1}\geq 0$

Corrigé :1) $\frac{5x-2}{3x+6}\geq 0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :Cette inéquation est définie si et seulement si : $3x+6\neq 0$ qui signifie que : $x\neq -2$

Donc: le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I=\mathbb{R}-\{-2\}$

b) Résolvons l'inéquation:

$4x-2=0$ Signifie $x=\frac{1}{2}$

Donc le tableau des Signes est:

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$4x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{4x-2}{3x+6}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-2\right[\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4}\geq 0$ Signifie que $\frac{(2x+1)(1-x)}{(x+2)(x-2)}\geq 0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation : Cette inéquation est définie si et seulement si $x^2-4\neq 0$

Qui signifie que : $x \neq 2$ ou $x \neq -2$
Donc: le dommaine de définition de l'inéquation est : $D_I = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

b) Résolvons l'inéquation:
$1 - x = 0$ Signifie que: $x = 1$
$2x + 1 = 0$ Signifie que: $x = \frac{-1}{2}$

Donc le tableau des Signes est :

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Par suite: $S = \left]-2; -\frac{1}{2}\right] \cup [1; 2[$

3) $\frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1} \geq 0$ Signifie que: $\frac{(3x+1)(2-x)}{(2x+1)(2x-1)} \geq 0$

a) On va déterminer le dommaine de définition de l'inéquation:
Cette inéquation est définie si et seulement si $4x^2 - 1 \neq 0$ qui signifie que : $x \neq \frac{1}{2}$ ou $x \neq -\frac{1}{2}$

Donc: le dommaine de définition de l'inéquation: est : $D_I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

b) Résolvons l'inéquation:
$2 - x = 0$ Signifie que: $x = 2$
$3x + 1 = 0$ Signifie que: $x = \frac{-1}{3}$

D'où le tableau des Signes est:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$3x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$\frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

Par suite: $S = \left]-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right] \cup \left]\frac{1}{2}; 2\right]$

Exercice13 : (**) Résoudre les équations et les inéquations suivantes : 1) $(x-1)^2 = 9$

2) $(x-1)^2 \leq 9$ 3) $\frac{x-1}{x} = \frac{2}{3}$ 4) $\frac{x-1}{x} \leq \frac{2}{3}$

Corrigé :1) $(x-1)^2 = 9$

Équivalent à: $x - 1 = 3$ ou $x - 1 = -3$
C'est-à-dire : $x = 4$ ou $x = -2$ d'où $S = \{-2 ; 4\}$.

2) Pour résoudre une inéquation comportant des carrés, on peut transposer tous les termes dans un seul membre et on factorise, si possible, en un produit de facteurs du premier degré.
On peut alors en déduire l'ensemble des solutions à l'aide d'un tableau de signes.

Résoudre $(x-1)^2 \leq 9$ revient à écrire $(x-1)^2 - 9 \leq 0$

D'où : $(x-1-3)(x-1+3) \leq 0$

Ou encore : $(x-4)(x+2) \leq 0$.

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-4)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Le produit est négatif sur l'intervalle [- 2 ; 4]
D'où : S = [- 2 ; 4].

3) $\frac{x-1}{x} = \frac{2}{3}$

• Cette équation est définie si et seulement si $x \neq 0$
Donc: le dommaine de définition de l'équation: est : $D_E = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

• Résoudre l'équation $\frac{x-1}{x} = \frac{2}{3}$

Équivalent à résoudre : $3(x-1) = 2x$.

D'où : $3x - 3 = 2x$, ou encore $3x - 2x = 3$,
Signifie que: $x = 3$.
L'ensemble des solutions est $S = \{3\}$.

• Dans le cas de l'inéquation $\frac{x-1}{x} \leq \frac{2}{3}$ on transpose tous les termes dans un seul membre et on fait apparaître si possible un quotient de facteurs du premier degré.
On peut alors déterminer l'ensemble des solutions à l'aide d'un tableau de signes.

Pour : $x \neq 0$, résoudre l'équation : $\frac{x-1}{x} \leq \frac{2}{3}$

Équivaut à résoudre : $\frac{x-1}{x} - \frac{2}{3} \leq 0$.

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$\frac{3x-3}{3x} - \frac{2x}{3x} \leq 0$

C'est-à-dire : $\frac{x-3}{3x} \leq 0$

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$3x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-3}{3x}$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$

Le quotient est négatif sur l'intervalle] 0 ; 3]

Donc : $S = \left]0,3\right]$

Exercice14 : (***) Un camion pesant à vide 2,5 tonnes doit passer sur un pont limiter à 10 tonnes Combien de caisses de 400kg peut-il transporter ?

Corrigé : Soit x le nombre de caisses à transporter

Le chargement du camion est donc : $2500+400x\ kg$

Le poids du camion ne doit pas dépasser 10000

Cela implique : $2500+400x \leq 10000$

Équivalent à : $25+4x \leq 100$ c'est-à-dire : $4x \leq 75$

C'est-à-dire : $x \leq \frac{75}{4} = 18,75$

Le nombre de caisses à transporter ne doit pas dépasser 18 caisses

Exercice15 : (***) Soit ABC un triangle et les droites : (AB) et (MN) sont parallèles et on pose :

$AM = x\ cm$ et $BC = 3x\ cm$; $MN = 6\ cm$

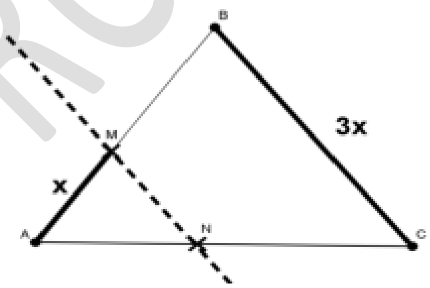
Et $AN = 8\ cm$ (Voir la figure)

1) Montrer que le périmètre du triangle ABC est :

$P(x) = \frac{1}{2}(x^2+14x))$

2) Existe-t-ils des valeurs de x pour que le périmètre du Triangle ABC est : 18cm

Corrigé :1)



Dans le triangle ABC on a : (AB) ∥ (MN)

Donc d'après le théorème de Thalès direct en a :

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN} = \frac{3x}{6} = \frac{x}{2}$ Donc : $\frac{AB}{AM} = \frac{x}{2}$

C'est-à-dire : $AB = \frac{x}{2} AM$

Et on a aussi : $\frac{AC}{AN} = \frac{x}{2}$ c'est-à-dire : $AC = \frac{x}{2} AN$

Et puisque : $AM = x\ cm$ et $AN = 8\ cm$

Alors : $AB = \frac{x^2}{2}$ et $AC = 4x$

Le périmètre du triangle ABC est donc :

$P(x) = AB + AC + BC = \frac{x^2}{2} + 4x + 3x$

$P(x) = \frac{x^2}{2} + 7x = \frac{1}{2}\left(x^2 + 14x\right)$

2) Il suffit de résoudre l'équation : $P(x) = 36$

$\frac{1}{2}\left(x^2+14x\right) = 36$ Équivalent à : $x^2+14x-72=0$

Équivalent à : $x^2 + 2\times 7x + 7^2 - 7^2 - 72 = 0$

C'est-à-dire : $(x+7)^2 - 121 = 0$

Équivalent à : $(x+7)^2 = 121$

Équivalent à : $x+7 = \sqrt{121} = 11$ ou $x+7 = -\sqrt{121} = -11$

Équivalent à : $x = 4$ ou $x = -18 \prec 0$ impossible

Donc : $x = 4$

Par suite : $AM = 4\ cm$ et $AB = \frac{x}{2} AM = 8$

Et $AC = \frac{x}{2} AN = 16$ et $AN = 8\ cm$.

Donc : le point M est le milieu du segment $[AB]$

Et le point N est le milieu du segment $[AC]$

Exercice16 : (***) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'équation suivante :

$4m^2x + 3m(mx+1) = x(3m^2 - 16) + 6$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'inéquation suivante : $(m^2-9)x \leq 3+m$

Corrigé :1) On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$4m^2x + 3m(mx+1) = x(3m^2 + 16) + 6$

Équivalent à : $4m^2x + 3m^2x + 3m = 3m^2x + 16x + 6$

Équivalent à : $4m^2x + 3m = 16x + 6$

Équivalent à : $4m^2x - 16x = 6 - 3m$

Équivalent à : $4(m^2 - 4)x = -3(m-2)$

1ére cas : $m^2 - 4 \neq 0$ c'est à dire : $m \neq 2$ et $m \neq -2$

Alors : $4(m^2 - 4)x = -3(m-2)$

Équivalent à : $x = \frac{-3(m-2)}{m^2-4} = \frac{-3(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{-3}{m+2}$

Donc : L'équation admet une solution unique :

$x=\frac{-3}{m+2}$ Par suite : $S=\left\{\frac{-3}{m+2}\right\}$

2ére cas : $m=2$: L'équation devient :

$4\left(2^2-4\right)x=-3(2-2)$

Équivalent à : $0x=0$ donc : $S=\mathbb{R}$

3ére cas : $m=-2$: L'équation devient :

$4\left((-2)^2-4\right)x=-3(-2-2)$

Équivalent à : $0x=12$ ce qui est impossible

Donc : $S=\varnothing$

2) $(m^2-9)x\leq 3+m$

Etudions le signe de : m^2-9

$m^2-9=0$ Équivalent à : $m^2-3^2=0$

Équivalent à : $(m-3)(m+3)=0$

Équivalent à : $m-3=0$ ou $m+3=0$

C'est-à-dire : $m=3$ ou $m=-3$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
m^2-9		$+$	0	$-$	0	$+$	

1ére cas : $m\in\left]-\infty;-3\right[\cup\left]3;+\infty\right[$ on a ; $m^2-9\succ 0$:

$(m^2-9)x\leq 3+m$ Équivalent à : $x\leq\frac{3+m}{m^2-9}$

C'est-à-dire : $x\leq\frac{3+m}{(m-3)(m+3)}$

Équivalent à : $x\leq\frac{1}{m-3}$. Par suite : $S=\left]-\infty;\frac{1}{m-3}\right]$

2ére cas : $m\in\left]-3;3\right[$ on a $m^2-9\prec 0$:

$(m^2-9)x\leq 3+m$ Équivalent à : $x\geq\frac{3+m}{m^2-9}$

Donc : $x\geq\frac{3+m}{(m-3)(m+3)}$ Équivalent à : $x\geq\frac{1}{m-3}$

Par suite : $S=\left[\frac{1}{m-3};+\infty\right[$

3ére cas : $m=3$ l'inéquation devient : $0x\leq 6$

Par suite : $S=\mathbb{R}$

4ére cas : $m=-3$ l'inéquation devient : $0x\leq 0$

Par suite : $S=\mathbb{R}$

Exercice17 : (***)1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $|x-2|+|3x-2|<8$ (I)

2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation:

$\left|x^2-2\right|+\left|3x^2-2\right|<8$

Corrigé :1) $|x-2|+|3x-2|<8$

$x-2=0$ Signifie que : $x=2$

$3x-2=0$ Signifie que : $x=\frac{2}{3}$

x	$-\infty$	$2/3$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$\|x-2\|$	$-x+2$	$-x+2$		$x-2$
$3x-2$	$-$	0	$+$	$+$
$\|3x-2\|$	$-3x+2$	$3x-2$		$3x-2$
$\|x-2\|+\|3x-2\|$	$-4x+4$	$2x$		$4x-4$

Si : $x\leq\frac{2}{3}$ alors : $|x-2|+|3x-2|<8$ devient :

$-4x+4<8$ Ce qui signifie que : $-4x<4$

C'est-à-dire : $x>-1$

Donc : $S_1=\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]\cap\left]-1;+\infty\right[=\left]-1;\frac{2}{3}\right]$

Si : $\frac{2}{3}\leq x\leq 2$ alors : l'équation devient : $2x<8$

Ce qui Signifie que : $x<4$

Donc : $S_2=\left]-\infty;4\right[\cap\left[\frac{2}{3};2\right]=\left[\frac{2}{3};2\right]$

Si : $x\geq 2$ alors : l'équation devient : $4x-4<8$

Ce qui Signifie que : $4x<12$

C'est-à-dire : $x<3$

$S_3=\left]-\infty;3\right[\cap\left[2;+\infty\right[=\left[2;3\right[$

Par conséquent :

$S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left]-1;\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3};2\right]\cup\left[2;3\right[=\left]-1;3\right[$

2) $\left|x^2-2\right|+\left|3x^2-2\right|<8$

Signifie que : x^2 est une solution de l'inéquation: (I)

Signifie que : $x^2\in\left]-1;3\right[$

Signifie que : $-1<x^2<3$

Signifie que : $0\leq x^2<3$

Signifie que : $\sqrt{0}\leq\sqrt{x^2}<\sqrt{3}$

Signifie que : $|x|<\sqrt{3}$

Signifie que : $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$

Signifie que : $x\in\left]-\sqrt{3};\sqrt{3}\right[$

Donc : $S=\left]-\sqrt{3};\sqrt{3}\right[$

Exercice18 : (*) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x-y+4=0$ 2) $x-2y+1=0$;

Corrigé : 1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $2x-y+4=0$

On a $2x-y+4=0$ équivalent à : $y=2x+4$

Donc : $S=\{(x;2x+4)/x\in\mathbb{R}\}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-2y+1=0$

On a $x-2y+1=0$ équivalent à : $x=2y-1$

Donc : $S=\{(2y-1;y)/y\in\mathbb{R}\}$.

Exercice19: (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-y-2=0$

Corrigé : Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-y-2=0$

On trace la droite (D) d'équation cartésienne : $x-y-2=0$

$S=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 / M(x;y)\in(D)\}$

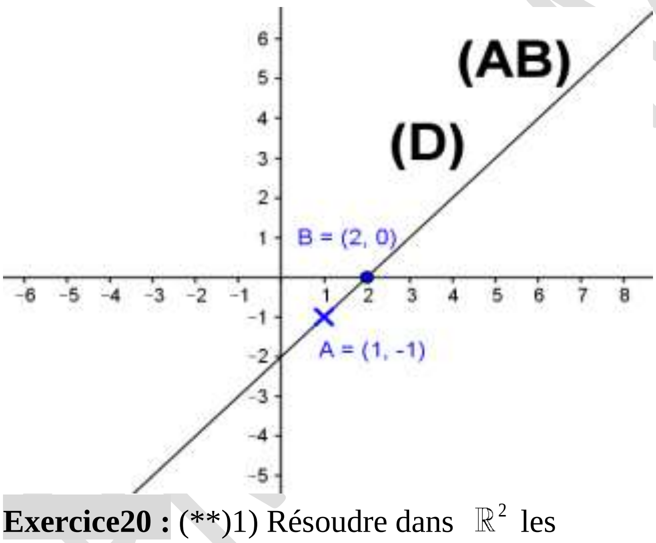
Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D).

Si $x=1$ alors : $1-y-2=0$ c a d $y=-1$

Donc $A(1;-1)\in(D)$

Si $y=0$ alors : $x-0-2=0$ c a d $x=2$

Donc $B(2;0)\in(D)$



Exercice20 : (**)1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x-y+1=2y-2x+5$ 2) $x+5=y+5$

3) $3x+2y-2=2y-2$ 4) $x+y=2x-1$

Corrigé :1) On a $2x-y+1=2y-2x+5$

Équivalent à : $4x-3y-4=0$

Équivalent à : $4x=3y+4$

Équivalent à : $x=\frac{3}{4}y+1$

Donc : $S=\left\{\left(\frac{3}{4}y+1;y\right)/y\in\mathbb{R}\right\}$

2) On a $x+5=y+5$ équivalent à : $y=x$

Donc : $S=\{(x;x)/x\in\mathbb{R}\}$

3) On a $3x+2y-2=2y-2$ équivalent à : $3x=0$ ssi $x=0$ Donc : $S=\{(0;y)/y\in\mathbb{R}\}$

4) On a $x+y=2x-1$ équivalent à : $-x+y+1=0$

Équivalent à : $y=x-1$ Donc :

$S=\{(x;x-1)/x\in\mathbb{R}\}$

Exercice21: (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y-2<0$

Corrigé : De l'inéquation précédente on en déduit : l'équation de la droite (D) : $2x-y-2=0$

Cette droite passe par les points $A(0;-2)$ et $B(1;0)$

et détermine deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demi plans qui est la Solution de l'inéquation.)

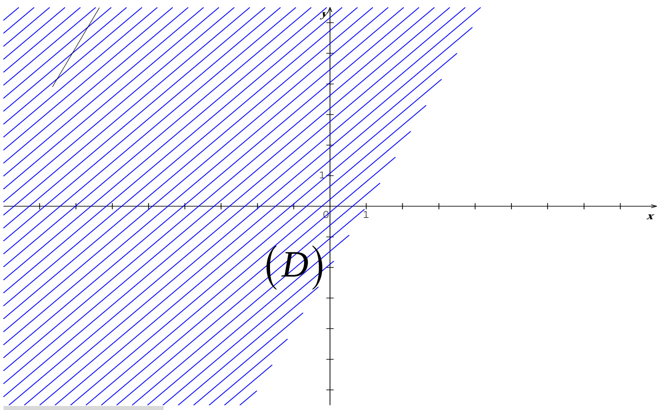
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire x= 0 et y = 0 . Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point…)

Soit $O(0;0)$ On a $2\times0-0-2<0$

Donc : les coordonnes (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $2x-y-2<0$ est l'ensemble des couples $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)



Exercice22: (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $x-y-3\geq0$

Corrigé : De l'inéquation précédente on en déduit :
L'équation de la droite (D) : $x-y-3=0$

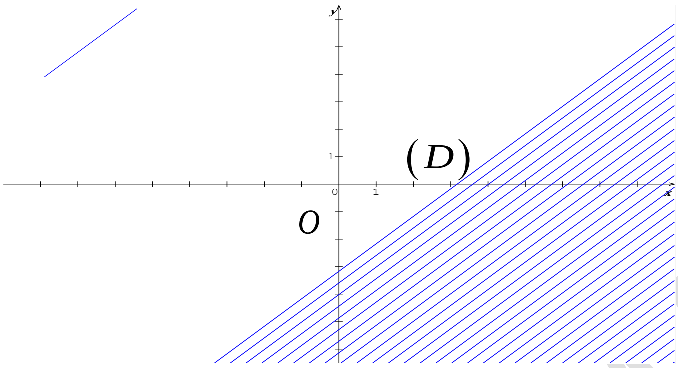
Qui détermine Deux demi-plans P_1 et P_2.

Cette droite passe par les points: $A(0;-3)$ et $B(1;-2)$

On a $0-0-3\geq 0$ c a d $-3\geq 0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les solutions de l'inéquation $x-y-3\geq 0$ sont l'ensemble des couples $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice23 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y<0$

Corrigé : De l'inéquation précédente on en déduit : l'équation de la droite (D) : $2x-y=0$

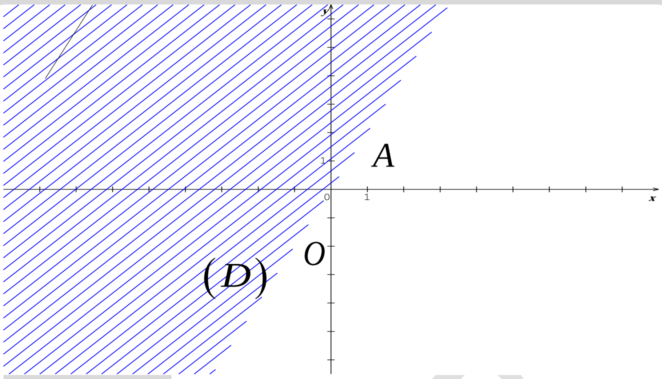
Cette droite passe par les points : $O(0;0)$ et $A(1;2)$ détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

On prendra un autre point $B(1;1)$:

On a : $2\times 1-1<0$ c à d : $1<0$ on constate que le résultat est impossible .

Donc : les coordonnes $(1;1)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les solution de l'inéquation $x-y-3\geq 0$ sont l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $A(1;1)$



Exercice24 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $3x+2y<2x+2y-1$

Corrigé : $3x+2y<2x+2y-1$

Équivalent à : $3x-2x+2y-2y+1<0$

Équivalent à : $x+1<0$

Dans un premier temps : de l'inéquation précédente on en déduit l'équation de la droite (D):

$x+1=0$ équivalent à : $x=-1$

Cette droite est parallèle à l'axe des l'ordonnées passant par le point $(-1;0)$

Et détermine Deux demi-plans : P_1 et P_2

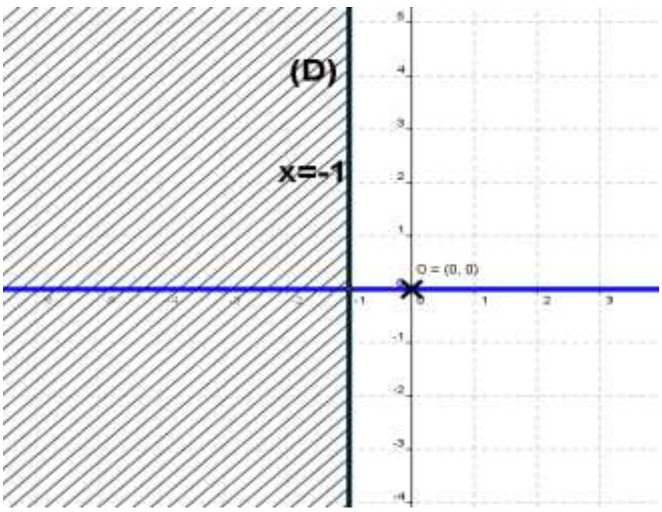
Soit $O(0;0)$:On a $0+1<0$

Équivalent à : $1<0$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x+1<0$ sont l'ensemble des couples $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$.



Exercice25 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases} x+y-1\geq 0 \\ -x+2y+2\leq 0 \end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1) : $x+y-1=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+2y+2=0$

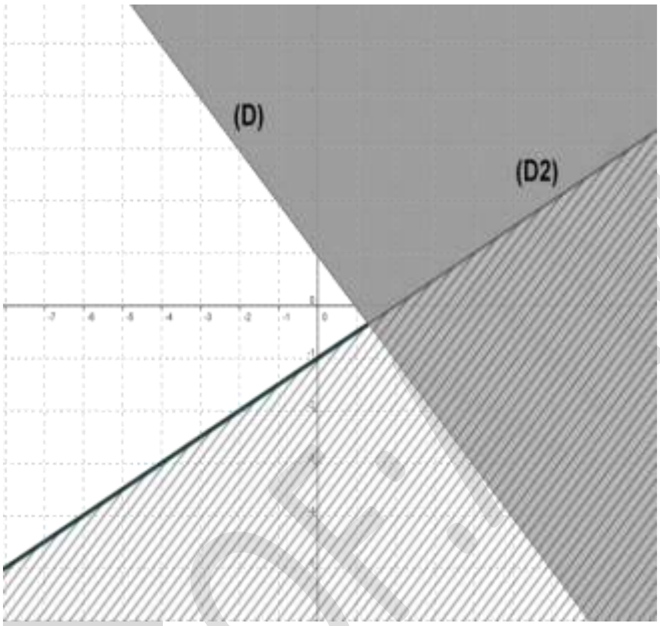
Soit $O(0;0)$ On a $0+0-1\geq 0$ Équivalent à : $-1\geq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $x+y-1\geq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+2\times 0+2\leq 0$

Équivalent à : $2\leq 0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-x+2y+2\leq 0$

Donc les Solutions du système sont l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés et hachurés



Exercice26: (***) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases} 2x+y-3\geq 0 \\ -x+y+5\leq 0 \\ x\leq 4 \end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1) : $2x+y-3=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+y+5=0$

L'équation de la droite (D_3) : $x-4=0$

Soit $O(0;0)$ On a $2\times 0+0-3\geq 0$

Équivalent à : $-3\geq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $2x+y-3\geq 0$

Soit $O(0;0)$: On a : $-0+0+5\leq 0$ Équivalent à : $5\leq 0$

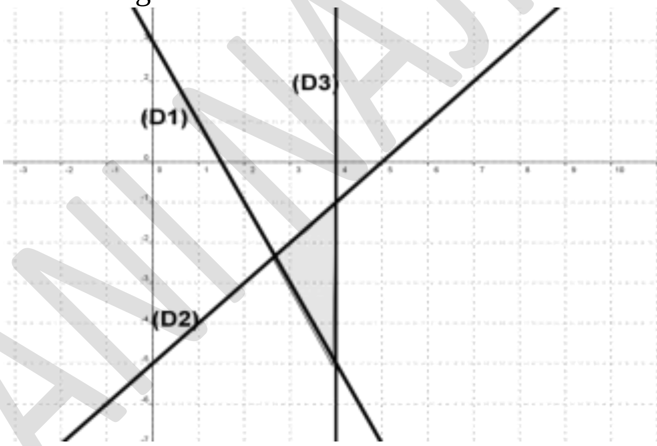
Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-x+y+5\leq 0$.

Soit $O(0;0)$ On a $0\leq 4$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie L'inéquation. $x\leq 4$

Donc les Solutions du système sont l'ensemble des couples $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés

Voire la figure ci-dessous.



Exercice27: (***) On désire acheter pour une bibliothèque des livres de maths (60 dh l'un) et des encyclopédies (120dh l'une).

On exige les trois conditions suivantes :

1°) Au moins deux livres de maths

2°) Plus d'encyclopédies que des livres de maths

3°) La dépense doit être inférieure ou égale à 900 DH

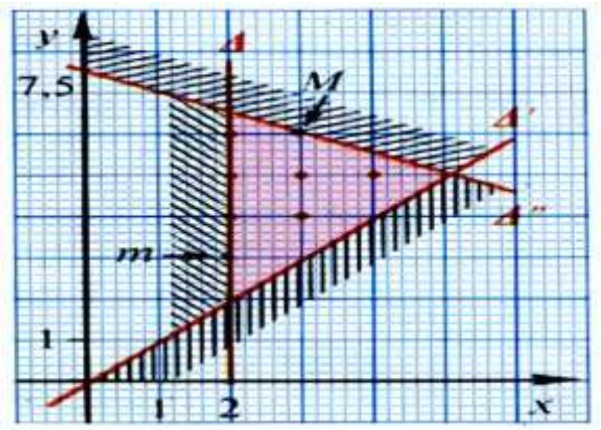
. Quelles sont les diverses possibilités d'achats ?

Corrigé : Désignons par « x » le nombre de livres de maths (nombre entier) et « y » le nombre d'encyclopédies (nombre entier) alors les trois contraintes donnent le système suivant :

$\begin{cases} x\geq 2 \\ y>x \\ 60x+120y\leq 900 \end{cases}$ D'où : $\begin{cases} x\geq 2 \\ y>x \\ y\leq -0,5x+7,5 \end{cases}$

Nous devons tracer les droites :

$\begin{cases} (\Delta): x=2 \\ (\Delta'): y=x \\ (\Delta''): y=-0,5x+7,5 \end{cases}$



Etude du graphique : Le graphique montre « 8 »
Solutions répondant au problème.
Remarque :Le point « M » (3 livres de maths , 6 encyclopédies) correspond à la dépense maximale De 900 DH.
Le point « m » (2 livres de maths, 3 encyclopédies) correspond à la dépense minimale de 480 dh.