1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

PROF : ATMANI NAJIB **correction du devoir le …………**

Correction DS4

Exercice1 :16points (1pt +3pt+2pt+2pt +2pt+2pt+2pt+2pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{2x-1}{x+2}$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x\succ-2}} f(x)$ *et* $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x\prec-2}} f(x)$

3) Donner une interprétation géométrique de ces limites

4) Vérifier que : $\forall x\in D_f$; $f'(x)=\frac{5}{(x+2)^2}$

et Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in D_f$

5) En déduire les variations de f sur D_f et donner le tableau de variations de f sur D_f

6) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

7) Remplir le tableau suivant :

x	**-5**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**
$f(x)$							

8) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+2\neq0\}$

$x+2=0\Leftrightarrow x=-2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x}{x}=2$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x}{x}=2$

a) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\frac{2x-1}{x+2}$

On a : $\lim\limits_{x\to-2^+} 2x-1=2(-2)-1=-4-1=-5$ **et** $\lim\limits_{x\to-2^+} x+2=-2+2=0$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to-2^+} x+2=0^+$ **et** $\lim\limits_{x\to-2^+} 2x-1=-5$

Donc : $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to-2^-}\frac{2x-1}{x+2}$

$\lim\limits_{x\to-2^-} x+2=0^-$ **et** $\lim\limits_{x\to-2^-} 2x-1=-5$

Donc : $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

3)Interprétation géométrique des résultats :

a) On a : $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

La droite (Δ_1): $x=-2$ est une asymptote vertical a la courbe C_f

a) On a : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

La droite (Δ_2): $y = 2$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f

4) Calculer : $\forall x \in]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$; $f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)' = \frac{(2x-1)'(x+2)-(2x-1)(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2)-1\times(2x-1)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x+4-2x+1}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2} \succ 0$$

5) Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;-2[$ et sur $]-2;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 2$

6) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x-a)$

On a : $a = 0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(0) + f'(0)(x-0)$

On a : $f(0) = \frac{2\times 0 - 1}{0+2} = -\frac{1}{2}$

Et on a : $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$

Donc : $f'(0) = \frac{5}{(0+2)^2} = \frac{5}{4}$

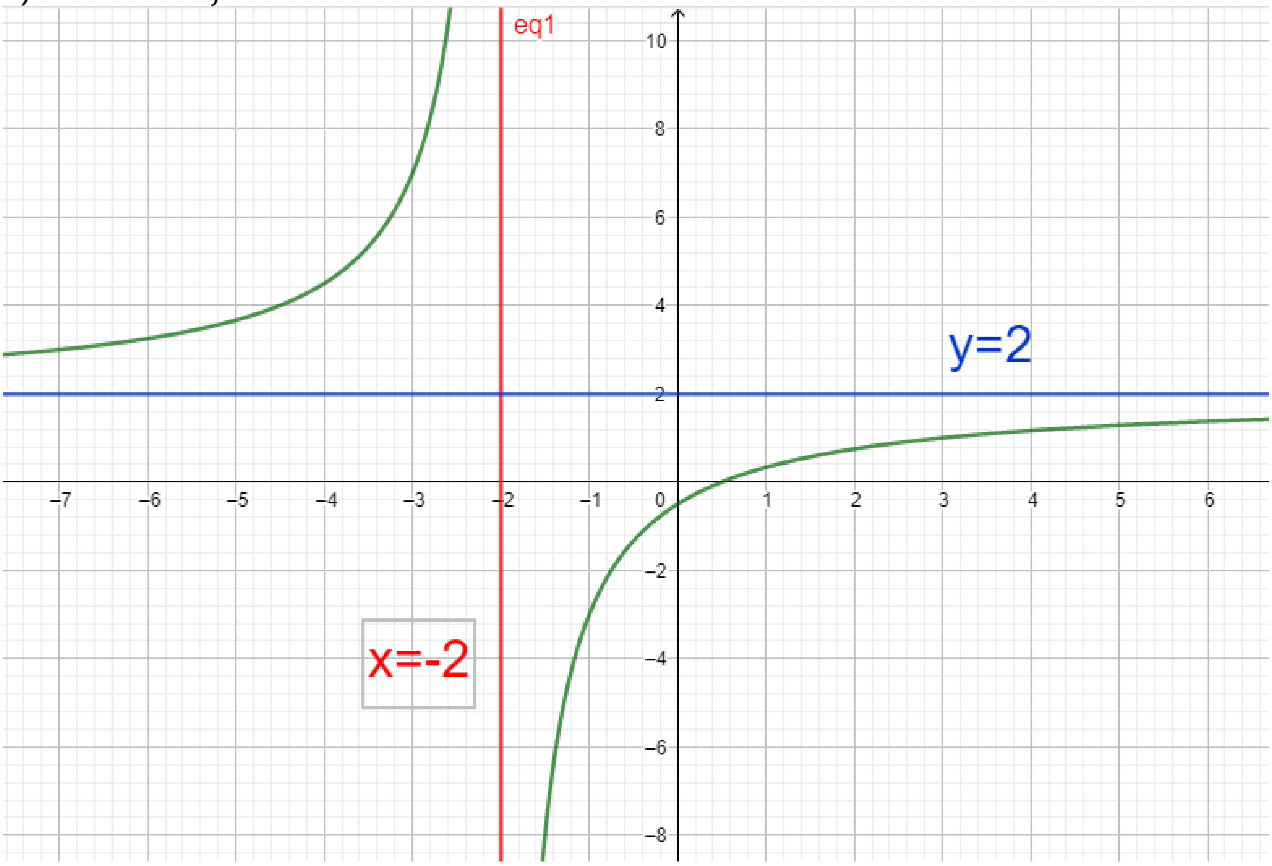
Donc : $(T): y = -\frac{1}{2} + \frac{5}{4}(x-0)$

Donc : $(T): y = -\frac{1}{2} + \frac{5}{4}x$

7)

x	**-5**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**
$f(x)$	**3**	**9/2**	**7**		**-3**	**-1/2**	**1/3**

8) La courbe Cf



Exercice2 : 4 points (2pt +2pt)

Soient les fonctions f et g defines par :

$f(x)=3x^3-2x+5$ et $g(x)=\dfrac{1}{2x-1}$

1) Déterminer D_f et D_g

2) Calculer : $f'(x)$ et $g'(x)$

Solution : 1) a) $f(x)=3x^3-2x+5$

On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

b) $g(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ $\quad D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x-1\neq 0\}$

$2x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ $\quad D_g=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{2}\right\}=\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$

2) a) Calcul de : $f'(x)$

$\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(3x^3-2x+5\right)'=3x^2-2$

b) Calcul de : $g'(x)$ $\quad \forall x\in\mathbb{R}-\{1\}$; $g'(x)=\left(\dfrac{1}{2x-1}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{1}{2x-1}\right)'=-\frac{(2x-1)'}{(2x-1)^2}=-\frac{2}{(2x-1)^2}$$