## 1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

**PROF : ATMANI NAJIB**

**Correction DM4**

**Exercice1 :16points (1pt +2pt +2pt+2pt+1pt +2pt+2pt+2pt+2pt)**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 3x + 2$

1)Déterminer $D_f$

2) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$ ; $f'(x) = 3x^2 + 3$

4) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in D_f$

Et en déduire les variations de f sur $D_f$

5) Donner le tableau de variations de f sur $D_f$

6) Calculer : $f(0)$ *et* $f(1)$ *et* $f(-1)$

7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

8) Tracer la courbe ($C_f$).

9) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 0$

**Solution :** 1) $f(x) = x^3 + 3x + 2$

On a : $D_f = \mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x^3 + 3x + 2 = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 + 3x + 2 = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

3) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = (x^3 + 3x + 2)' = 3x^2 + 3$

4) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 3x^2 + 3 \succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$

5) Donner le tableau de variations de f sur $D_f$

| $x$ | $-\infty$          $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-\infty \nearrow +\infty$ |

6) $f(x) = x^3 + 3x + 2$

$f(0) = 0^3 + 3\times 0 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$

$f(1) = 1^3 + 3\times 1 + 2 = 1 + 3 + 2 = 6$

$f(-1) = (-1)^3 + 3\times(-1) + 2 = -1 - 3 + 2 = -2$

7) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On a : $a = 0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(0) + f'(0)(x - 0)$

On a : $f(0) = 0^3 + 3\times 0 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$

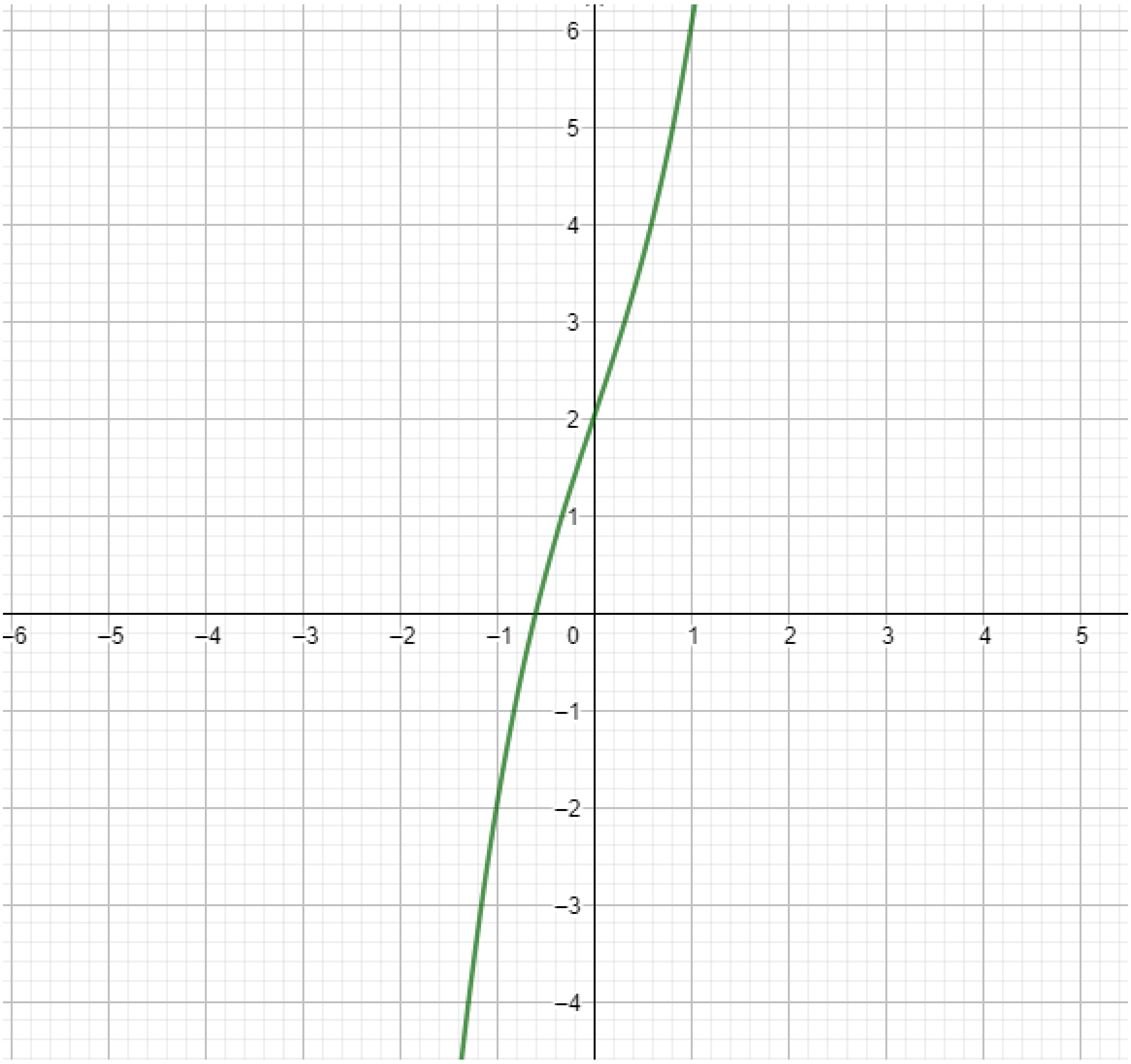
Et on a : $f'(x)=3x^2+3$

Donc : $f'(0)=3\times0^2+3=3$

Donc : $(T):y=2+3(x-0)$

Donc : $(T):y=2+3x$

8) La courbe $(C_f)$. :




9) graphiquement l'équation : $f(x)=0$ admet une seul solution car la courbe de f coupe l'axe des abscisse en un seul point

## Exercice2 : 4 points (2pt +2pt)

Soient les fonctions f et g defines par :

$f(x)=x^2+2x+5$ $et$ $g(x)=\dfrac{3x+1}{x-1}$

1) Déterminer $D_f$ $et$ $D_g$

2) Calculer : $f'(x)$ $et$ $g'(x)$

**Solution :** 1) a) $f(x)=x^2+2x+5$

On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

b) $g(x)=\dfrac{3x+1}{x-1}$

$D_g=\{x\in\mathbb{R} / x-1\neq 0\}$
$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$
$D_g=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

2) a) Calcul de : $f'(x)$

$\forall x\in\mathbb{R}$ : $f'(x)=(x^2+2x+5)'=2x+2$

b) Calcul de : $g'(x)$

$\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}$ ; $g'(x)=\left(\dfrac{3x+1}{x-1}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{3x+1}{x-1}\right)'=\frac{(3x+1)'(x-1)-(3x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}=\frac{3(x-1)-1\times(3x+1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3x-3-3x-1}{(x-1)^2}=\frac{-4}{(x-1)^2}$$