

1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

PROF : ATMANI NAJIB

Correction : Devoir à la Maison3

<http://www.xriadiat.com>

Exercice1 :9points

(1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges et 6 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules blanches ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules rouges ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de couleur différentes deux a deux ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a : C_n^p tirage possible

1) Dans l'urne il Ya :15 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Donc : $card(\Omega) = C_{15}^3$

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3!} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 13}{6} = 455$$

2) Dans l'urne il Ya :4 boules blanches et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Le nombre de tirages contenant trois boules blanches est :

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

3) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules rouges

OU tirer 3 boules noires

OU c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$

$$C_4^3 = 4$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 6} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $4 + 10 + 20 = 34$

5) tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge **ET** tirer 1 boule noire

ET c'est : X

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux est :

$$C_4^1 \times C_5^1 \times C_6^1 = 4 \times 5 \times 6 = 120$$

6) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche **et 2 boules de couleurs non blanches**

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $C_4^1 \times C_{11}^2$

$$C_{11}^2 = \frac{11!}{2!(11-2)!} = \frac{11!}{2!9!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{2!9!} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $4 \times 55 = 220$

Exercice2 : 11 points

(1pt +2pt+2pt+2pt+2pt+2pt)

Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 5}{\sqrt{x} + 7} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x + 1}{5x - 10} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x + 1}{5x - 10}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^2 - 3x + 1 \quad 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 + x^2 + 2}{5x^3 + x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6}$$

Correction : 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 5}{\sqrt{x} + 7}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 2} 4x - 5 = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x} + 7 = \sqrt{2} + 7 = \sqrt{9} = 3$

Donc : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 5}{\sqrt{x} + 7} = \frac{3}{3} = 1$

2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 25 = 5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 5} x - 5 = 0$

Donc Formes indéterminée : " $\frac{0}{0}$ "

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5^2}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)(x + 5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} x + 5 = 5 + 5 = 10$$

3) a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x + 1}{5x - 10}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x - 10 = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} 3x + 1 = 6 + 1 = 7$

On va étudier le signe de : $5x - 10$

$$5x - 10 = 0 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$5x - 10$	$-$	0	$+$

On a donc : $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x - 10 = 0^+$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{5x-10} = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = ? \quad \text{On a : } \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x-10 = 0^- \quad \text{et } \lim_{x \rightarrow 2^-} 3x+1 = 6+1 = 7$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^2 - 3x + 1 = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^2 - 3x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^2 = -\infty$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 + x^2 + 2}{5x^3 + x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 + x^2 + 2}{5x^3 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{5-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3}{10x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \times 10x \times x \times x}{10 \times x \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0^+$$

<http://www.xriadiat.com>

Prof/ATMANI NAJIB