1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

PROF : ATMANI NAJIB

Correction :Devoir à la Maison2

http://www.xriadiat.com

Exercice1 :8points (1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : u_7

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 6065$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :$v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

a) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

b) $u_2 = u_1 + r = 5 + 3 = 8$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 3n$

3) $u_n = 2 + 3n$ donc : $u_7 = 2 + 3 \times 7 = 2 + 21 = 23$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7 = (7 - 1 + 1)\frac{u_1 + u_7}{2}$$

$$S = 7\frac{5 + 23}{2} = 7\frac{28}{2} = 7 \times 14 = 98$$

5) On a : $u_n = 6047$ donc : $2 + 3n = 6065$

Donc : $3n = 6065 - 2$

Donc : $n = \frac{6063}{3} = 2021$

6)On a :$v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 3u_1 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 15 - 1 = 14$

$v_2 = 3u_2 - 1 = 3 \times 8 - 1 = 24 - 1 = 23$

Exercice2 : 7 points (2pt +2pt+1pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que :

$u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 5u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Déterminer la nature de la suite $(u_n)_n$ et vérifier que sa raison est : 5

2) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

Solution :1) On a : $u_{n+1} = 5u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 5 = q \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $q = 5$

2) a) On a : $u_1 = q \times u_0$ donc $u_1 = 5 \times 4 = 20$

b) On a : $u_2 = q \times u_1$ donc $u_2 = 5 \times 20 = 100$

2) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $q = 5$

On a donc : $u_n = u_0 \times q^n$ donc : $u_n = 4 \times 5^n$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ **:**

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $q = 5$

Alors : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_1 \frac{1 - q^{n-0+1}}{1-q}$

On a donc : $S = 20\frac{1-5^{n+1}}{1-5} = 20\frac{1-5^{n+1}}{-4} = -5\left(1-5^{n+1}\right) = -5 + 5^{n+2}$

Exercice3 : 5 points (3pt +2pt)

Soient les fonctions f et g defines par:

$f(x) = \frac{2x-1}{3x-6} \quad et \quad g(x) = \frac{3}{x^2+1}$

1) Déterminer $D_f \quad et \quad D_g$

2) Montrer que g est majorée par 3 sur $\mathbb{R}$

Solution :1) a) $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / 3x - 6 \neq 0\right\}$

$3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} \Leftrightarrow x = 2$

Donc : $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

b) $D_g = \left\{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\right\}$

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \; impossible$

Donc : $D_f = \mathbb{R}$

2) Montrons que f est majorée par 3 sur $\mathbb{R}$:

Il suffit de montrer que : $g(x) \leq 3 \;\; \forall x \in \mathbb{R}$?

$3 - g(x) = 3 - \frac{3}{x^2+1} = \frac{3x^2+3-3}{x^2+1} = \frac{3x^2}{x^2+1} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $g(x) \leq 3 \;\; \forall x \in \mathbb{R}$