1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

PROF : ATMANI NAJIB

Correction devoir à la Maison2

http://www.xriadiat.com

Exercice1 :10points (2pt +2pt +2pt+2pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 5$ et $u_{100} = -195$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3)Calculer u_1 et u_6

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6$

5)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 100 et p=0 on a :$u_{100} = u_0 + (100-0)r$

Donc : $u_{100} = u_0 + 100r$

Donc : $-195 = 5 + 100r \Leftrightarrow 100r = -195 - 5 \Leftrightarrow 100r = -200 \Leftrightarrow r = \frac{-200}{100} = -2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 5 + (-2)n$

Donc : $u_n = 5 - 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_1 = 5 - 2\times 1 = 5 - 2 = 3$

Calcul de : u_6 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_6 = 5 - 2\times 6 = 5 - 12 = -7$

4) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 5$ et sa raison $r = -2$

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = (6-1+1)\frac{u_1 + u_6}{2}$$

$$S = 6\frac{3+(-7)}{2} = 6\frac{-4}{2} = 6\times(-2) = -12$$

5)On a : $v_n = 5u_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 5u_1 + 1 = 5\times 3 + 1 = 15 + 1 = 16$

On a : $v_2 = 5u_2 + 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 5 - 2n$ donc : $u_2 = 5 - 2\times 2 = 5 - 4 = 1$

Par suite : $v_2 = 5\times 1 + 1 = 5 + 1 = 6$

Exercice2 : 7 points (2pt +2pt+2pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Déterminer la nature de la suite $(u_n)_n$ et vérifier que sa raison est : $\frac{1}{2}$

2) Calculer u_1 et u_2

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Déterminer n si on a : $u_n = \frac{1}{16}$

Solution :1) On a : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} = q \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $q = \frac{1}{2}$

2) a) On a : $u_1 = q \times u_0$ donc $u_1 = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

b) On a : $u_2 = q \times u_1$ donc $u_2 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

3) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $q = \frac{1}{2}$

On a donc : $u_n = u_0 \times q^n$ donc : $u_n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

4) $u_n = \frac{1}{16}$ signifie que : $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16}$ signifie que : $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{32}$

Signifie que : $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^5$ Signifie que : $n = 5$

Exercice3 : 3 points (1pt +2pt)

Soient les fonctions f et g définies par : $f(x) = x^2 + 4x + 4$ *et* $g(x) = 2x + 3$

1) Déterminer D_f *et* D_g

2) étudier la position relative de la courbe de f et la courbe de g sur $\mathbb{R}$

Solution :1) $D_f = \mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme

$D_g = \mathbb{R}$ car g est une fonction polynôme

2) $f(x) - g(x) = (x^2 + 4x + 4) - (2x + 3)$

$f(x) - g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 3 = x^2 + 2x + 1$

$f(x) - g(x) = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 = (x+1)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $f(x) \geq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : La courbe (C_f) de la fonction f est au-dessus de (C_g) La courbe de g sur $\mathbb{R}$