DL N°6 **PROF: ATMANI NAJIB** **TCS**

Correction du devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur

géométrie dans l'espace

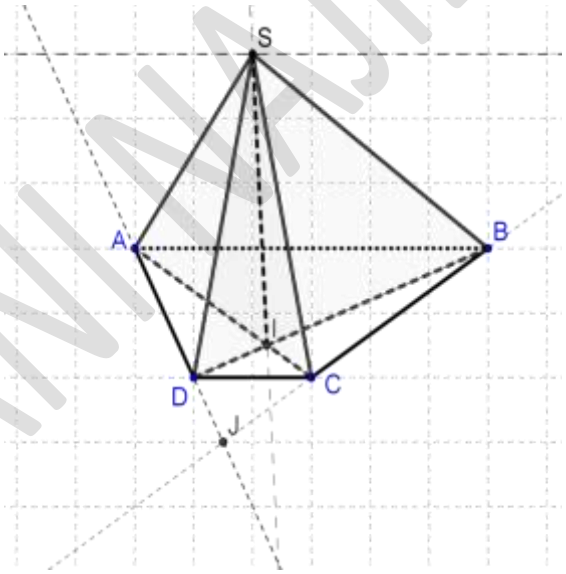
Exercice1 : $SABCD$ une pyramide sa base est un trapèze $ABCD$ tel que $(AB)\parallel(CD)$

1)Déterminer la droite (Δ) intersection des plans (SAC) et (SBD).

2) Déterminer la droite (Δ') intersection des plans (SAB) et (SCD).

3) Déterminer la droite (Δ'') intersection des plans (SAB) et (SBC).

Solution :1) On a : $B\in(SBD)$ et $B\notin(SAC)$



Donc $(SBD)\neq(SAC)$ (1)

On a : $S\in(SBD)$ et $S\in(SAC)$

Donc : $S\in(SBD)\cap(SAC)$ (2)

Soit I le point d'intersection des droites (AC)

et (BD) on a : $\begin{cases} I\in(AC) \\ (AC)\subset(SAC) \end{cases}$ donc : $I\in(SAC)$

Et on a : $\begin{cases} I\in(BD) \\ (BD)\subset(SBD) \end{cases}$ donc : $I\in(SBD)$

Donc: $I\in(SAC)\cap(SBD)$ (3)

Donc : de (1) et (2) et (3)

En déduit que : $(SAC)\cap(SBD)=(SI)=(\Delta)$

2) On a : $A\in(SAB)$ et $A\notin(SCD)$ Donc $(SAB)\neq(SAD)$ (1)

On a : $S\in(SAB)$ et $S\in(SCD)$ Donc $S\in(SAB)\cap(SCD)$ (2)

Donc : $(SAB)\cap(SCD)=(\Delta')$

Puisque : $(AB)\subset(SAB)$ et $(CD)\subset(SCD)$ et $(AB)\parallel(CD)$

Donc : d'après le théorème du toit : la droite (Δ') est la droite qui passe par S et parallèle a (AB) et (CD)

3) On a : $A\in(SAD)$ et $A\notin(SBC)$

Donc $(SAD)\neq(SBC)$ (1)

On a : $S\in(SAD)$ et $S\in(SBC)$ Donc $S\in(SAD)\cap(SBC)$ (2)

Donc : $(SBC)\cap(SAD)=(\Delta'')$ qui passe par S

Soit J le point d'intersection des droites (AD) et (BC)

Donc: $J\in(AD)$ et $J\in(BC)$

Par suite: $J\in(SBC)\cap(SAD)$ (3)

Donc : de (1) et (2) et (3) En déduit que : $(SBC)\cap(SAD)=(SJ)=(\Delta'')$

PROF:ATMANI NAJIB

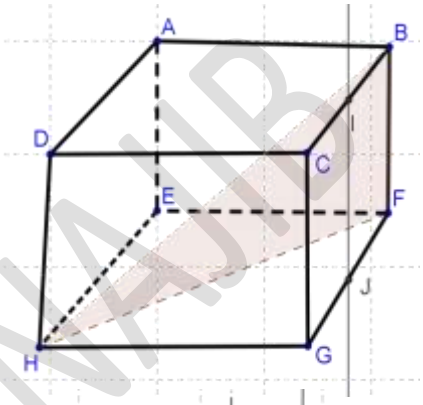
Exercice2 : Soit $ABCDEFGH$ un cube de l'espace et Soient I ; J les milieux Respective des segments $[BC]$; $[FG]$

1) Montrer que : $(IJ)\parallel(HFB)$

2) Montrer que : $(HFD)\cap(EIJ)=(PQ)$

avec $(HF)\cap(EJ)=\{P\}$ et $(AI)\cap(BD)=\{Q\}$

3) Montrer que : $(PQ)\parallel(FB)$



Solution : 1) On a I le milieu du segment $[BC]$

et J le milieu Du segment $[FG]$ Donc : $(BF)\parallel(IJ)$

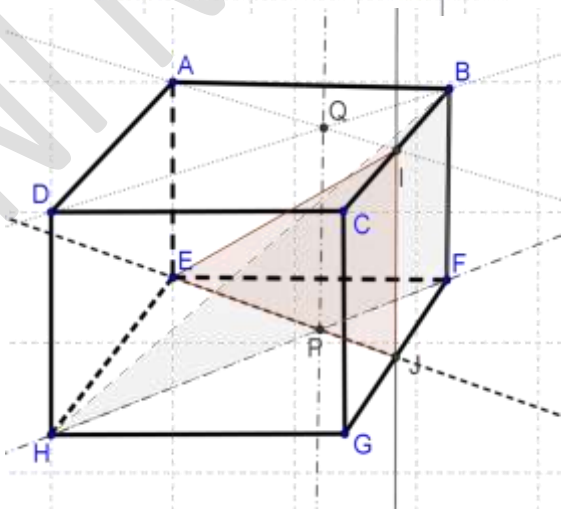
Et on a $(BF)\subset(HFB)$ donc : $(IJ)\parallel(HFB)$

2) On a : $(EJ)\subset(EIJ)$ et $(AI)\subset(EIJ)$ (car $(AE)\parallel(IJ)$

Donc les points A ; I , E et J coplanaires)

Donc : $P\in(EIJ)$ et $Q\in(EIJ)$

(car $Q\in(AI)$ et $P\in(EJ)$)



Ce qui équivaut à dire que : $(PQ)\subset(EIJ)$ (1)

D'autre part on a : $(HF)\subset(HFB)$ et $(BD)\subset(HFD)$ (car $(DH)\parallel(BF)$

Donc : D ; H ; F et B coplanaires)

Donc : $P\in(HFD)$ et $Q\in(HFD)$

Ce qui équivaut à dire que : $(PQ)\subset(HFD)$ (2)

Et puisque : $(HFD)\neq(EIJ)$

Alors de (1) et (2) on déduit que : $(HFD)\cap(EIJ)=(PQ)$

3) On a : $(BF)\parallel(IJ)$ et $(IJ)\subset(EIJ)$

et $(BF)\subset(HFD)$ et $(HFD)\cap(EIJ)=(PQ)$

Donc : $(PQ)\parallel(FB)$

Exercice3 : Soit $ABCD$ un rectangle de l'espace et soit E un point de l'espace Tel que : $(AE)\perp(ABC)$

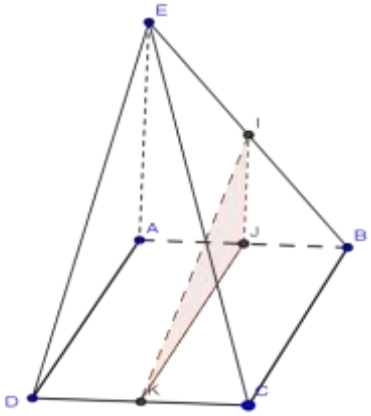
Et soient I ; J et K les milieux respective des segments $[EB]$; $[AB]$ et $[DC]$

1) Faire une figure

2) Montrer que : $(IJ)\parallel(ADE)$ et que $(IJK)\parallel(ADE)$

3) Montrer que : $(JK)\parallel(ABE)$

4) Déterminer l'intersection des plans (ABE) et (AIK)



Solution : 1) La figure

2) Dans le triangle ABE on a I le milieu du segment $[EB]$

et J le milieu du segment $[AB]$

Donc : $(IJ)\parallel(AE)$

Et on a : $(AE)\subset(ADE)$ donc : $(IJ)\parallel(ADE)$ (1)

On a: K le milieu du segment $[DC]$

PROF:ATMANI NAJIB

Donc : $(JK)\parallel(AD)\parallel(BC)$ et puisque $(AD)\subset(ADE)$ Alors : $(JK)\parallel(ADE)$ (2)

De : (1) et (2) en déduit que : $(JIK)\parallel(ADE)$

3) On a : $(AE)\perp(ABC)$ et $(JK)\subset(ABC)$

Donc : $(AE)\perp(JK)$

Et on a : $(JK)\parallel(AD)$ et $(AD)\perp(AB)$

Donc : $(JK)\parallel(AB)$

Donc : puisque (JK) est orthogonale a deux droites sécantes (AB) et (AE)

Contenues dans le plan (ABE) alors : $(JK)\perp(ABE)$

4) On a : $(AIK)\neq(ABE)$ car $E\notin(ABC)$

Et on a : $A\in(ABE)$ et $A\in(AIK)$ et $(EB)\subset(ABE)$ donc : $I\in(ABE)$ car ($I\in(EB)$)

Et on sait que : $I\in(AIK)$ donc : $(AIK)\cap(ABE)=(AI)$

Exercice4 : $ABCD$ Un tétraèdre tel que : $AC=AD$ et $BC=BD$

Soit I le milieu du segment $[CD]$

1)Montrer que : $(CD)\perp(ABI)$

2) En déduire que $(AB)\perp(CD)$

Solution :

1) Le triangle ACD est isocèle en A car $AC=AD$

Et I le milieu du segment $[CD]$

Donc : $(AI)\perp(CD)$ (1)

On a aussi BCD est isocèle en B car $BC=BD$ et I le milieu du segment $[CD]$

Donc : $(BI)\perp(CD)$ (2)

ET (BI) et (AI) se coupent dans le plan (ABI)

Par suite : $(CD)\perp(ABI)$

2) On a : $(CD)\perp(ABI)$ et $(AB)\subset(ABI)$

Donc : $(AB)\perp(CD)$

Exercice5: Soient dans l'espace le cube $ABCDEFGH$

1) Montrer que : $(AE)\perp(BD)$

2) Montrer que : $(BD)\perp(AEC)$

3) Soit S le centre du carré $EFGH$ avec : $AB=3cm$

Calculer le volume du cube $ABCDEFGH$ et de la pyramide $SABCD$

4) Montrer que : $(BDF)\perp(AEG)$

Solution :1) O a : $(AE)\perp(AB)$ car $ABFE$ carré

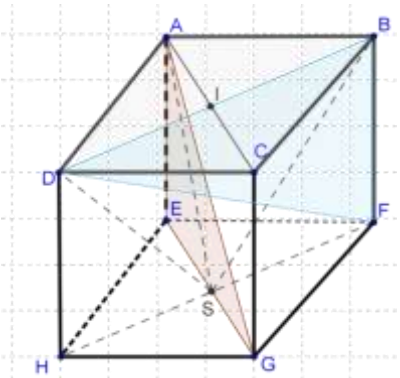
et $(AE)\perp(AD)$ car $ADHE$ carré

Et on a : (AB) et (AD) se coupent dans le plan (ABD)

Donc : $(AE)\perp(ABD)$

Et puisque : $(BD)\subset(ABD)$ alors $(AE)\perp(BD)$

2) on a : $(AE)\perp(BD)$ et $(AC)\perp(BD)$ (car $ABCD$ carré)



Et on a : (AE) et (AC) se coupent dans le plan (ACE)

Donc : $(BD)\perp(AEC)$

3) a) Le volume du cube $ABCDEFGH$ est : $AB^3 = 3^3 = 27cm^3$

b) Le volume de la pyramide $SABCD$:

Soit I le centre du carré $ABCD$

Donc (SI) est une hauteur de la pyramide $SABCD$

Donc le volume du pyramide $SABCD$ est : $V_{SABCD} = \frac{1}{3}\times A_{SABCD}\times SI$

Or on a : $SI = AE$ donc : $SI = 3cm$

On a : $A_{SABCD} = AB^2 = 9cm^2$ Donc : $V_{SABCD} = \frac{1}{3}\times 9\times 3cm^3 = 9cm^3$

4) Montrons que : $(BDF)\perp(AEG)$?

On a : $(AE)\parallel(CG)$ donc : les points $A\,;E\,;C\,;G$ sont coplanaires

Et par suite : $(AEC)=(AEG)$

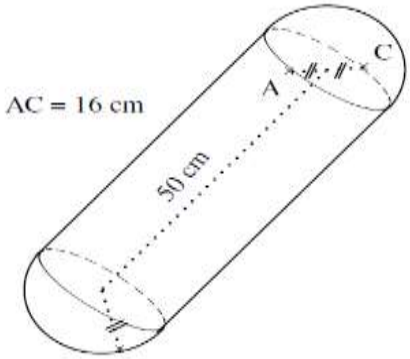
Et on a : $(BD)\subset(BDF)$ et $(BD)\perp(AEG)$

Donc : $(BDF)\perp(AEG)$

$V = V_{boule} + V_{cylindre} = \frac{2048}{3}\pi + 3200\pi = \frac{11648}{3}\pi cm^3$ Valeur exacte

$V \simeq 12197.76cm^3$ Valeur arrondie au centième

Exercice6 :: Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection. Calculer le volume exact en cm^3 du "boudin" de protection ci-dessous, puis arrondir au centième : Rappel : *Volume d'un cylindre de révolution :* $V = \pi R^2 h$ où h désigne la hauteur du cylindre et R le rayon de la base.



Solution : Le boudin de protection est composé d'un cylindre et de deux demi-boules qui équivalent à une boule.

Le diamètre de la boule mesure 16 cm (longueur AC)

donc le rayon est de 8 cm.

Calcul du volume de la boule : $V_{boule} = \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3}8^3 = \frac{2048}{3}\pi$

Calcul du volume du cylindre : $V_{cylindre} = \pi\times 8^2\times 50 = 3200\pi$

Volume total du boudin de protection :