PROF : ATMANI NAJIB
1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF
http://www.xriadiat.com/

Cours : FONCTIONS - Généralités

Avec Exercices avec solutions

Présentation globale

1) Domaine de définition d'une fonction

1°) Exemples de définitions

Exemple1 : voici des exemples de fonctions numériques :

$f(x)=3x$; $g(x)=2x+3$; $h(x)=2x^2$; $M(x)=-2x^2+5x-1$; $N(x)=\frac{-2}{x}$

Exemple2 : Soit la fonction f définie par, $f(x)=3x^2-1$

Calculer l'image de 1 et $\sqrt{2}$ et -1 par *f*.

Solution : $f(1)=3\times1^2-1=3-1=2$ et $f(\sqrt{2})=3\times(\sqrt{2})^2-1=6-1=4$

$f(-1)=3\times(-1)^2-1=3-1=2$

2°) Domaine de définitions

ACTIVITE :1) On considère la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

Solution : 1) $f(0)=\frac{1}{0-3}=-\frac{1}{3}$ donc 0 aune image par f c'est : $-\frac{1}{3}$

$f(2)=\frac{1}{2-3}=-1$ Donc 2 a une image par f c'est : -1

$f(-3)=\frac{1}{-3-3}=-\frac{1}{6}$ Donc -3 a une image par f c'est : $-\frac{1}{6}$

$f(3)=\frac{1}{3-3}=\frac{1}{0}$!!!!!??? Mais $\frac{1}{0}$ n'existe pas en math donc 3 n'a pas d'images par f

Définition : Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une Image par cette fonction est appelé ensemble de définition de la fonction f, que l'on notera D_f

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/f(x)\in\mathbb{R}\}$

Exemples : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=2x+1$. 2) $g(x)=3x^2-x+1$ 3) $h(x)=\frac{3}{x}$

4) $M(x)=\frac{3}{2x-4}$. 5) $N(x)=\frac{2x^4}{x^2-4}$. 6) $K(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$.

Solution : 1) $f(x) = 2x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_f = \mathbb{R}$

2) $g(x) = 3x^2 - x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_g = \mathbb{R}$

3) $h(x) = \frac{3}{x}$ Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_h = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

Donc $D_h = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

On dira aussi que 0 est une valeur interdite pour la fonction h

4) $M(x) = \frac{x^3}{2x - 4}$. Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_M = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\}$

$2x - 4 = 0$ ssi $x = \frac{4}{2} = 2$ Donc $D_M = \mathbb{R} - \{2\}$

On dira aussi que 2est une valeur interdite pour la fonction M

5) $N(x) = \frac{2x^4}{x^2 - 4}$. $D_N = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0\}$

$x^2 - 4 = 0$ Signifie $x^2 - 2^2 = 0$ Signifie $(x-2)(x+2) = 0$

Signifie $x - 2 = 0$ ou $x + 2 = 0$ Signifie $x = 2$ ou $x = -2$

Donc $D_N = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

6) $K(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x}$. $D_K = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\}$

$x^3 - 2x = 0$ Signifie $x(x^2 - 2) = 0$ Signifie $x = 0$ ou $x^2 - 2 = 0$

Signifie $x = 0$ ou $x^2 = 2$ Signifie $x = 0$ ou $x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

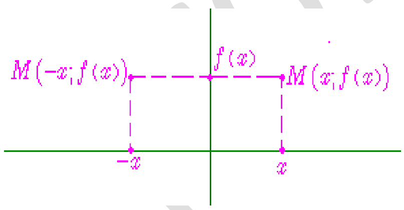
Donc : $D_K = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$

2) Fonctions paires et Fonctions impaires

a. Fonction paire

On dit qu'une fonction *f* est paire si et seulement si :

1. Son ensemble de définition est centré
2. Pour tout réel *x* de D*f*, on a : *f*(-*x*) = *f*(*x*)



b. Fonction impaire

On dit qu'une fonction f est impaire si et seulement si :

1. Son ensemble de définition est centré,
2. Pour tout réel *x* de D*f*, on a : *f*(-*x*) = -*f*(*x*)

Exemples1 : Soit f une fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 5$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Montrer que f est une fonction paire

3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Solution :1) f est une fonction polynôme : Donc $D_f = \mathbb{R}$

2)Pour tout réel *x*, si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$

- $f(-x) = 3(-x)^2 - 5 = 3x^2 - 5$

  $f(-x) = f(x)$

Donc f est une fonction paire,

3) la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par à l'axe des ordonnées.

Exemples2 : Soit g une fonction définie par : $g(x) = \dfrac{3}{x}$

1) Déterminer le domaine de définition de g

2) Montrer que g est une fonction impaire

3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Solution :1) On a $g(x) \in \mathbb{R}$ si et seulement si : $x \neq 0$

Donc : $D_g = \mathbb{R}^*$

2)

- Pour tout réel *x*, si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

- $g(-x) = \dfrac{3}{-x} = -\dfrac{3}{x}$

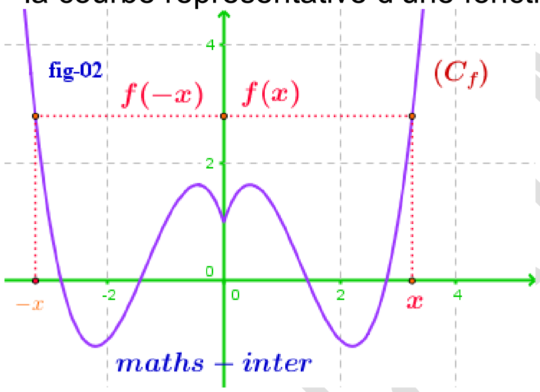
  $g(-x) = -g(x)$

Donc g est une fonction impaire,

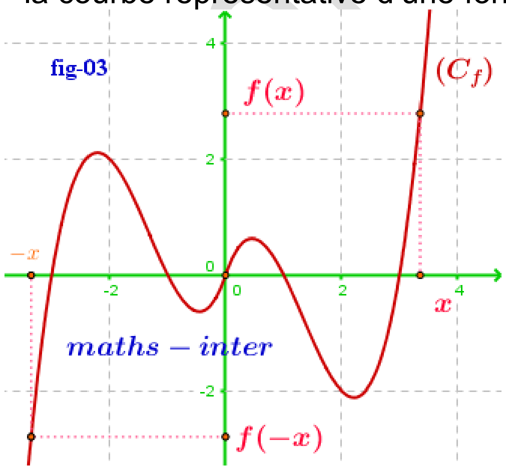
3) la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

c. le graphe et la parité de la fonction

- la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par à l'axe des ordonnées.



- la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.



Exercice : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par

1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$. 2) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$. 3) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$

Solution : 1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ on a $f(x)\in\mathbb{R}$ ssi $x\neq 0$ donc $D_f=\mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}^*$, alors $-x\in\mathbb{R}^*$
- $f(-x)=\frac{(-x)^2-1}{-x}=-\frac{x^2-1}{x}$

  $f(-x)=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

2) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ on a $f(x)\in\mathbb{R}$ ssi $x\neq 0$

Donc $D_f=\mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}^*$, alors $-x\in\mathbb{R}^*$
- $f(-x)=(-x)^2+\frac{1}{-x}=x^2-\frac{1}{x}=\left(-x^2+\frac{1}{x}\right)$

  $f(-x)\neq -f(x)$

Donc f est une fonction ni paire ni impaire,

3) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$.

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+5\neq 0\}$

$x^2+5=0$ ssi $x^2=-5$ pas de solutions

Donc $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$
- $f(-x)=\frac{2(-x)^3}{(-x)^2+5}=\frac{-2x^3}{x^2+5}$

  $f(-x)=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire

3) Les variations d'une fonction numérique

3-1) Sens de variation d'une fonction : fonction croissante -décroissante

Définition : Soit f une fonction et D_f son domaine de définition

Et soit I un intervalle inclus dans D_f

- Dire f que est strictement croissante sur I (croissante sur I) signifie que :

Si $x_1\in I$ et $x_2\in I$ tq $x_1\prec x_2$ alors $f(x_1)\prec f(x_2)$ $\left(f(x_1)\leq f(x_2)\right)$

Rq : Une fonction croissante « conserve l'ordre ».

- Dire f que est strictement décroissante sur I (décroissante sur I) signifie que :

Si $x_1\in I$ et $x_2\in I$ tq $x_1\prec x_2$ alors $f(x_1)\succ f(x_2)$ $\left(f(x_1)\geq f(x_2)\right)$

Rq : Une fonction décroissante « inverse l'ordre ».

- Dire f que est constante sur I signifie que :

Si $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ tq $x_1 \prec x_2$

alors $f(x_1) = f(x_2)$

- Une fonction définie sur un intervalle I est monotone sur cet intervalle si elle est : soit croissante sur I soit décroissante sur I

Exemple1 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 7x - 5$

Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Solution : f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 \prec x_2$

Donc $7x_1 \prec 7x_2$ car $7 \succ 0$

Donc $7x_1 - 5 \prec 7x_2 - 5$

Alors $f(x_1) \prec f(x_2)$ d'où f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Exemple2 : Soit f une fonction tel que : $g(x) = -2x + 3$

Montrer que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

Solution :

Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 \prec x_2$

Donc $-2x_1 \succ -2x_2$ car $-2 \prec 0$

Donc $-2x_1 + 3 \succ -2x_2 + 3$ Alors $g(x_1) \succ g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

Exercice : Soit f une fonction tel que : $g(x) = \dfrac{2}{x}$

1) Déterminer le domaine de définition de g

2) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$

3) Montre que g est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$

4) Donner le tableau de variation de g

Solution :1) $g(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$

Donc $D_g = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

2)Soient $x_1 \in [0;+\infty[$ et $x_2 \in [0;+\infty[$ tel que $x_1 \prec x_2$

Donc $\dfrac{1}{x_1} \succ \dfrac{1}{x_2}$ Donc $\dfrac{2}{x_1} \succ \dfrac{2}{x_2}$ car $2 \succ 0$

Alors $g(x_1) \succ g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$

3) Soit $x_1 \in]-\infty;0]$ et $x_2 \in]-\infty;0]$ tel que $x_1 \prec x_2$

Donc $\dfrac{1}{x_1} \succ \dfrac{1}{x_2}$ $\dfrac{2}{x_1} \succ \dfrac{2}{x_2}$ car $2 \succ 0$

Alors $g(x_1) \succ g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$

4) tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

3-2) Le taux d'accroissement d'une fonction

a) Définition : Soit f une fonction et D_f son domaine de définition

Et soient $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ tq $x_1 \neq x_2$

On appelle Le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

Le réel noté $T\left(x_1;x_2\right)$ est tq : $T\left(x_1;x_2\right)=\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}$

b) Le taux d'accroissement d'une fonction et les variations :

Propriété : Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I

- On dit que f est strictement croissante(croissante) sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_{\acute{e}} \in I$ et $x_1 \neq x_2$

on a $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2} \succ 0$ ($\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2} \geq 0$)

- On dit que f est strictement décroissante(décroissante) sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_{\acute{e}} \in I$ et

$x_1 \neq x_2$ on a $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2} \prec 0$ ($\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2} \leq 0$)

- On dit que f est constante sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_{\acute{e}} \in I$ et $x_1 \neq x_2$ on a $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}=0$

Exemple : Soit f une fonction tel que : $f\left(x\right)=3x^2+2$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Montrer que le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

Est : $T\left(x_1;x_2\right)=3\left(x_1+x_2\right)$

3) Montrer que : f est croissante sur $\left[0;+\infty\right[$

4) Montrer que : f est décroissante sur $\left]-\infty;0\right]$

5) Donner le tableau de variation de f

Solution :1) f Est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tel que $x_1 \neq x_2$

$$T\left(x_1;x_2\right)=\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}=\frac{\left(3x_1^{\,2}+2\right)-\left(3x_2^{\,2}+2\right)}{x_1-x_2}$$

$$T\left(x_1;x_2\right)=\frac{3x_1^{\,2}-3x_2^{\,2}+2-2}{x_1-x_2}=\frac{3\left(x_1^{\,2}-x_2^{\,2}\right)}{x_1-x_2}$$

$$T\left(x_1;x_2\right)=\frac{3\left(x_1-x_2\right)\left(x_1+x_2\right)}{x_1-x_2}=3\left(x_1+x_2\right)$$

3) on a : $T\left(x_1;x_2\right)=3\left(x_1+x_2\right)$

Soit $x_1 \in \left[0;+\infty\right[$ et $x_2 \in \left[0;+\infty\right[$

Donc $x_1 \geq 0$ et $x_2 \geq 0$ Donc $x_1+x_2 \geq 0$

Donc $3\left(x_1+x_2\right) \geq 0$ car $3 \succ 0$

Donc $T(x_1;x_2)=3(x_1+x_2)\geq 0$

D'où f est croissante sur $[0;+\infty[$

4)Soit $x_1 \in]-\infty;0]$ et $x_2 \in]-\infty;0]$

Donc $x_1 \leq 0$ et $x_2 \leq 0$ Donc $x_1+x_2 \leq 0$

Donc $3(x_1+x_2)\leq 0$ car $3 \succ 0$

Donc $T(x_1;x_2)=3(x_1+x_2)\leq 0$

D'où f est décroissante sur $]-\infty;0]$

5) <u>Résumé</u> : **tableau de variation :** $f(0)=3\times 0^2+2=2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$

4) comparaison deux fonctions (fonctions positives et négatives) Fonctions majorées ; minorées et bornée :

6-1) Comparaison de fonctions

Définition 1 : On dit que deux fonction f et g sont égales si et seulement si : Elles ont même ensemble de définition : $D_f = D_g = \mathbb{R}$

et Pour tout $x \in D_f$: f (x) = g(x) et On écrit : $f = g$

Exemple : Les fonction f et g définies respectivement par :

$f(x)=x^2+1$ et $g(x)=\dfrac{1}{x}$

Sont-elles égales ?

Réponse :

Déterminons leur ensemble de définition :

f est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$ et $D_g=\mathbb{R}^*$

On a donc $D_f \neq D_g$. Les fonctions ne sont donc pas égales. On écrit : $f \neq g$

6-2) Définitions : Soit I un intervalle et soient f et g deux fonctions définies Sur I. On dit que :

1)f est inférieure à g sur I lorsque : $f(x)\leq g(x)$ pour tout $x\in I$. On note : $f \leq g$ Sur I.

2)f est positive sur I lorsque : $f(x)\geq 0$ pour tout $x\in I$. On note : $f\geq 0$ sur I.

3)f est **majorée** sur I lorsqu'il existe un réel M tel que : $f(x)\leq M$ pour tout $x\in I$

4)f est **minorée** sur I lorsqu'il existe un réel m tel que : $m\leq f(x)$ pour tout $x\in I$

5)f est **bornée** sur I lorsqu'il existe des réels Met m tels que : $m\leq f(x)\leq M \quad \forall x\in I$.

(f est majorée et minorée)

Interprétation graphique :

1) $f(x)\leq g(x)$ pour tout $x\in I$ ssi La courbe (C_g) de la fonction g est au-dessus de La courbe (C_f) de f sur l'intervalle I

2) $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$ ssi La courbe (C_f) de la fonction f est au-dessus de l'axe des abscisses sur l'intervalle I

6-3) Exemples :

Exemple1 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x+1$ et $g(x) = x^2 + x + 2$

1) Déterminer leur ensemble de définition :
2) Comparer les fonctions f et g
3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Solution : 1) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ car des fonctions polynômes

2) $g(x) - f(x) = x^2 + x + 2 - (x+1) = x^2 + 1 \succ 0 \; \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $f(x) \prec g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ donc $f \prec g$

3) La courbe (C_g) de la fonction g est au-dessus de la courbe (C_f) de f sur l'intervalle $\mathbb{R}$

Exemple2 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = x^2$

1) Déterminer leur ensemble de définition :
2) Comparer les fonctions f et g
3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Solution : 1) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ car des fonctions polynômes

2) $g(x) - f(x) = x^2 - (x^2 + 1) = -1 \prec 0 \; \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $g(x) \prec f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ donc $g \prec f$

3) La courbe (C_f) de la fonction f est au-dessus de (C_g) La courbe de g sur l'intervalle $\mathbb{R}$

Exemple3 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 2$

Démontrer que f est majorée par 2 sur $\mathbb{R}$.

Solution : $f(x) - 2 = -x^2 + 2 - 2 = -x^2 \leq 0$

Donc $f(x) \leq 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

La fonction f est donc majorée sur $\mathbb{R}$ par $M = 2$

Exemple4 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 1$

Démontrer que f est minoré par 1 sur $\mathbb{R}$.

Solution : $f(x) - 1 = x^2 + 1 - 1 = x^2 \geq 0$

Donc $1 \leq f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

La fonction f est donc minorée sur $\mathbb{R}$ par $m = 1$

Exemple5 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

1)Déterminer D_f

2) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.
3) Démontrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$. Conclure

Solution :1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\}$

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$ Pas de solution dans $\mathbb{R}$

Donc : $D_f = \mathbb{R}$

2) On a $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ donc $x^2 + 1 \geq 0 + 1$

Donc $x^2 + 1 \geq 1$ donc $\frac{1}{x^2+1} \leq 1$

Donc : $f(x) \leq 1$ par suite f est donc majorée sur $\mathbb{R}$ par $M = 1$

2) On a $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ donc $x^2 + 1 \geq 0 + 1$

Donc $x^2 + 1 \geq 1$ donc $x^2 + 1 \succ 0$

Donc : $0 \prec f(x)$

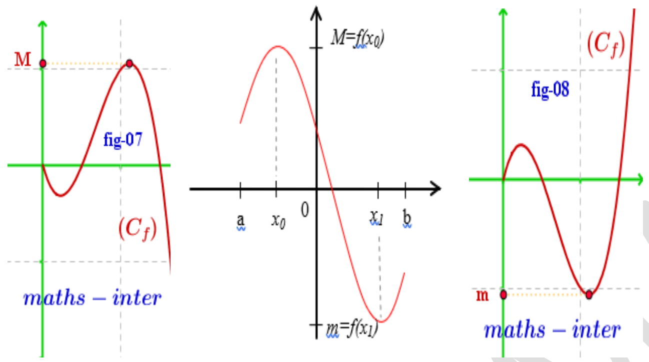
Par suite f est donc minorée sur $\mathbb{R}$ par $m = 0$

Conclusion : $0 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

f est donc bornée sur $\mathbb{R}$.

5) Les extremums d'une fonction numérique

7-1)) Définitions :



Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle ouvert I et soit $a \in I$

- Dire que $f(a)$ est une valeur maximale de f sur I (ou $f(a)$ est un maximum de f sur I) ssi : $\forall x \in I : f(x) \leq f(a)$

- Dire que $f(a)$ est une valeur minimale de f sur I (ou $f(a)$ est un minimum de f sur I) ssi $\forall x \in I : f(x) \geq f(a)$

7-2) Exemples d'applications :

Exemple1 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = 5x^2 + 3$

1) Calculer : $f(0)$

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(0) \leq f(x)$

3) En déduire que : $f(0)$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Solution : $f(x) = 5x^2 + 3 \qquad D_f = \mathbb{R}$

1) $f(0) = 5 \times 0^2 + 3 = 3$

2) $f(x) - f(0) = 5x^2 + 3 - 3 = 5x^2 \geq 0$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad f(0) \leq f(x)$

3) On a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(0) \leq f(x)$

D'où $f(0)=3$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exemple2 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -4x^2 + 1$

1) Calculer : $g(0)$

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \leq g(0)$

3) En déduire que : $g(0)$ est un maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Solution : $g(x) = -4x^2 + 1 \qquad D_g = \mathbb{R}$

1) $g(0) = -4 \times 0^2 + 1 = 1$

2) $g(x) - g(0) = -4x^2 + 1 - 1 = -4x^2 \leq 0$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad g(x) \leq g(0)$

3) On a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \leq g(0)$

D'où $g(0) = 1$ est un maximum absolu de g sur $\mathbb{R}$

Exemple3 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$

1°a) Montrer que : $f(x) = 6 - (2x-1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) Montrer que : $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2) calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$

Solution : 1) a) on a $D_f = \mathbb{R}$

$6 - (2x-1)^2 = 6 - \left(4x^2 - 4x + 1\right)$

$= 6 - 4x^2 + 4x - 1 = -4x^2 + 4x + 5$

Donc : $f(x) = 6 - (2x-1)^2$

b) Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(2x-1)^2 \geq 0$

Par suite $-(2x-1)^2 \leq 0$ donc $6 - (2x-1)^2 \leq 6$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 6$

2) On a : $f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 - \left(2 \times \frac{1}{2} - 1\right)^2 = 6 - (1-1)^2 = 6$

On a pour tout $x \in \mathbb{R}$: $6 - (2x-1)^2 \leq 6$ alors $f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$

Donc $f\left(\frac{1}{2}\right) = 6$ est un maximum de f sur $\mathbb{R}$

Exemple4 : Du tableau de variation on a :

x	-5		-2		2		5
$f(x)$	5	↘	0,5	↗	2	↘	-2

Donner une valeur maximale et Minimale de f

Solution : Le nombre 2 est une valeur maximale de f au point $x_0 = 2$

Le nombre 0.5 est une valeur Minimale de f au point $x_0 = -2$

« C’est en forgeant que l’on devient forgeron » Dit un proverbe.
C’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l’on devient un mathématicien