

Correction de la série2 : d'exercices

Série1 : Equation et inéquations du premier degré à une inconnue

Exercice1 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- 1) $2x + 4 = 0$ 2) $3(2x + 5) = 6x - 1$ 3) $4(x - 2) = 6x - 2(x + 4)$
4) $x^2 - 100 = 0$ 5) $x^3 - 7x = 0$ 6) $(2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 4) = 0$

Solution : 1) $2x + 4 = 0$ Équivaut à : $2x = -4$

Équivaut à : $x = \frac{-4}{2}$

Équivaut à : $x = -2$ Et par suite : $S = \{-2\}$

2) $3(2x + 5) = 6x - 1$ équivaut à $6x + 15 = 6x - 1$ équivaut à $6x - 6x = -1 - 15$

Équivaut à $0x = -16$ Équivaut à $0 = -16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble des Solutions est : $S = \emptyset$

3) $4(x - 2) = 6x - 2(x + 4)$

Équivaut à $4x - 8 = 6x - 2x - 8$

Équivaut à $4x - 4x + 8 - 8 = 0$

Équivaut à $0 = 0$ donc tous les réels sont solutions et par suite : $S = \mathbb{R}$

4) $x^2 - 100 = 0$ équivalent à : $x^2 - 10^2 = 0$

C'est une identité remarquable de la forme :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$,

Équivalent à : $(x - 10)(x + 10) = 0$

Équivalent à : $x - 10 = 0$ ou $x + 10 = 0$

Équivalent à : $x = 10$ ou $x = -10$

D'où : $S = \{-10; 10\}$

5) $x^3 - 7x = 0$ Équivalent à : $x(x^2 - 7) = 0$

Équivalent à : $x = 0$ ou $x^2 - 7 = 0$

Équivalent à $x = 0$ ou $x^2 = 7$

Équivalent à : $x = 0$ ou $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$ D'où : $S = \{-\sqrt{7}; 0; \sqrt{7}\}$

6) $(2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 4) = 0$ ce qui est équivalent à : $(2x + 3)(2x + 3 - x + 4) = 0$

Ce qui est équivalent à : $(2x + 3)(x + 7) = 0$

Les Solutions sont $-3/2$ ou -7 .

Donc l'ensemble des Solutions est : $S = \{-7; -3/2\}$

Exercice 2 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : 1) $x + 3 = -x\sqrt{2} - \sqrt{18}$

2) $(3x + 1)(2x - 1) - 4x^2 + 1 = 0$

Solution : 1) $x + 3 = -x\sqrt{2} - \sqrt{18}$ Équivaut à : $x + x\sqrt{2} = -3 - \sqrt{18}$

Équivaut à $x(1 + \sqrt{2}) = -3 - 3\sqrt{2}$

Équivaut à : $x = \frac{-3 - 3\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-3(1 + \sqrt{2})}{1 + \sqrt{2}} = -3$

Par suite : $S = \{-3\}$

2) $(3x+1)(2x-1) - 4x^2 + 1 = 0$ Équivalent à : $(3x+1)(2x-1) - (4x^2 - 1) = 0$

Équivalent à : $(3x+1)(2x-1) - (2x-1)(2x+1) = 0$

Équivalent à : $(2x-1)[(3x+1) - (2x+1)] = 0$

Équivalent à : $(2x-1)(3x+1-2x-1) = 0$

Équivalent à : $x(2x-1) = 0$ Équivalent à : $x = 0$ ou $2x-1 = 0$

Équivalent à : $x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$ d'où : $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

Exercice 3 : Quelle est la longueur d'un rectangle sachant que sa largeur est 6cm et sa surface vaut le double de son périmètre ?

Solution : Soit S La surface du rectangle $ABCD$

Et P Le périmètre du rectangle $ABCD$

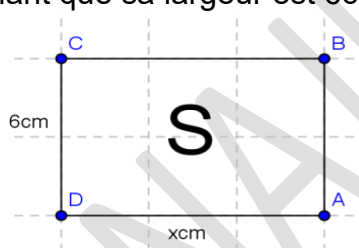
Soit x La longueur du rectangle

On a donc : $S = 6x$ et $P = 2(6+x) = 12 + 2x$

$S = 2P$ Signifie $6x = 2(12 + 2x)$

Signifie $6x = 24 + 4x$ c'est-à-dire : $2x = 24$

Signifie $x = \frac{24}{2} = 12cm$



Exercice 4 : Amin à 12 ans quand son père Ali 32ans ; Dans combien d'années l'âge de Ali sera-t-il le double de l'âge de Amin ?

Solution : Soit x le nombre d'années cherché

Après x années l'âge d'Amin devient : $x+12$ ans

Puisque l'âge d'Ali sera le double de celui d'Amin

On a : $x+32 = 2(x+12)$

Équivalent à : $x+32 = 2x+24$ c'est-à-dire : $x = 8$

Donc : après 8 années Amin aura : $8+12 = 20$ ans

Et son père Ali aura : $8+32 = 40$ ans

(Le double de l'âge de Amin)

Exercice5 : Etudier le signe de : $3x + 6$ (coefficient de x positif)

Solution : $3x+6$ Équivalent à : $x = -2$

$3x+6 > 0$ Équivalent à : $x > -2$

$3x+6 < 0$ Équivalent à : $x < -2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	-	0	+

Exercice 6: Etudier le signe de : $-2x+12$ (coefficient de x négatif)

Solution : $-2x+12$ Équivalent à : $x = 6$

$-2x+12 > 0$ Équivalent à : $x < 6$ et $-2x+12 < 0$ Équivalent à : $x > 6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	+	0	-

Exercice7 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $-2x+12 > 0$ 2) $5x-15 \leq 0$ 3) $4x^2-9 \geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4) > 0$

5) $(3-6x)(x+2) \leq 0$

Solution : 1) $-2x+12 > 0$

$-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a < 0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	$+$	0	$-$

Donc : $S =]-\infty; 6[$

2) $5x-15 \leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$ $5=a$ et $a > 0$ coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15$	$-$	0	$+$

Donc : $S =]-\infty; 3[$

3) $4x^2-9 \geq 0$

$4x^2-9=0$ Équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$ ssi $(2x-3)(2x+3)=0$

Équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x-3$	$-$	0	$+$	$+$
$2x+3$	$-$	0	$-$	$+$
$(2x-3)(2x+3)$	$+$	0	$-$	0

Donc : $S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty[$

4) $(1-x)(2x+4) > 0$

$(1-x)(2x+4)=0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ Équivalent à : $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	0	$-$
$(2x+4)(1-x)$	$-$	0	$+$	0

Donc : $S =]-2; 1[$

5) $(3-6x)(x+2) \leq 0$ Le signe de $(3-6x)(x+2)$ dépend du signe de chaque facteur :

$3-6x$ et $x+2$.

$3-6x=0$ ou $x+2=0$ signifie que $6x=3$ ou $x=-2$

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -2$$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3-6x)(x+2)$.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$3-6x$		+	+	0	-
$x+2$	-	0	+	+	
$(3-6x)(x+2)$	-	0	+	0	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(3-6x)(x+2) > 0$ est : $S =]-\infty; -2] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

Exercice8 : Etudier le signe de : $3x+6$ et $-2x+24$

Solution : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6 > 0$ Équivalent à : $x > -2$

$3x+6 < 0$ Équivalent à : $x < -2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (Coefficient de a positif) $a=3$
(à droite le signe de $a=3$)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	-	0	+

b) le signe de : $-2x+24$ (Coefficient de a négatif) $a=-2$

$-2x+24=0$ Équivalent à : $x=12$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (à droite le signe de $a=-2$)

x	$-\infty$	12	$+\infty$
$-2x+24$	+	0	-

Exercice9 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes : 1) $-2x+6 > 0$ 2) $-6x+7 > x-7$

Solution : 1) $-2x+6 > 0$ $-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$

Et $-2=a$ on a : $a < 0$ (coefficient de x négatif)

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-2x+6$	+	0	-

Donc : $S =]-\infty; 3[$

2) $-6x+7 > x-7$ équivalent à : $-7x > -14$

Équivalent à : $x < \frac{-14}{-7}$ donc : $x < 2$ L'ensemble de solution est alors : $S =]-\infty; 2[$

Exercice 10 : Un camion pesant à vide 2,5 tonnes doit passer sur un pont limiter à 10 tonnes
Combien de caisses de 400kg peut-il transporter ?

Solution : Soit x le nombre de caisses à transporter

Le chargement du camion est donc : $2500+400x$ kg

Le poids du camion ne doit pas dépasser 10000 cela implique : $2500+400x \leq 10000$

Équivalent à : $25+4x \leq 100$ c'est-à-dire : $4x \leq 75$ c'est-à-dire : $x \leq \frac{75}{4} = 18,75$

Le nombre de caisses à transporter ne doit pas dépasser 18 caisses